



АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ СЖИМАЕМОЙ МАГМЫ С РЕОЛОГИЕЙ МАКСВЕЛЛА В ПИТАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ ВУЛКАНА. Часть 1. Осцилляции плотности

А. А. Радионов ^{*},¹

¹Южный математический институт, Владикавказский научный центр РАН,
Владикавказ, Россия

Получено 17 октября 2022 г.; принято 3 апреля 2023 г.; опубликовано 22 мая 2023 г.

Представлена аналитическая математическая модель, описывающая один из возможных механизмов возникновения длиннопериодных сейсмических событий, часто регистрирующихся вблизи активных вулканических центров. Питающая система вулкана моделируется в простейшей форме канала цилиндрической формы, заполненного сжимаемым магматическим расплавом с реологией тела Максвелла. Показано, что такое магматическое тело может испытывать гармонические затухающие колебания, коэффициент затухания которых определяется временем релаксации магматического расплава. Эти колебания могут появляться как реакция на возмущение плотности, вызываемое поступлением более плотной магмы из глубинных слоев или изменением давления в питающей системе вулкана. Показана зависимость собственной частоты колебаний от физических характеристик магматического расплава и геометрических размеров питающего канала. При учете сжимаемости магматического расплава, возмущения плотности зависят от размера питающей системы и характеризуются периодическими осцилляциями, наиболее выраженными вблизи оси канала. Колебания также испытывает компонента скорости течения, направленная вдоль радиуса цилиндра. Обсуждается механизм источника длиннопериодных сейсмических событий. Модель применяется для описания длиннопериодных землетрясений вулкана Сантьягуито, Гватемала.

Ключевые слова: вулканические длиннопериодные землетрясения, питающая система вулкана, реология Максвелла, сжимаемое магматическое тело, аналитическая модель.

Цитирование: Радионов, А. А., (2023), Аналитическая модель малых колебаний сжимаемой магмы с реологией Максвелла в питающей системе вулкана. Часть 1. Осцилляции плотности, *Russian Journal of Earth Sciences*, т. 23, ES2005, DOI:10.2205/2023ES000845

1 ВВЕДЕНИЕ

Одним из предвестников вулканической активности и скорого начала извержения является появление длиннопериодных (или низкочастотных) вулканических землетрясений (ДВЗ), возникающих на некоторой глубине вблизи или непосредственно под вулканом [Chouet, 1996]. Так называется практически гармонический затухающий

сейсмический сигнал, регистрируемый сейсмическими датчиками. ДВЗ делятся от долей секунды до часов, а часто наблюдающиеся периоды ДВЗ разнятся от десятых долей секунды до десятков секунд.

ДВЗ наблюдаются во всех активных вулканических районах. Экспериментальному изучению этих явлений посвящено множество работ [например, Angelis u McNutt, 2005]. Из анализа данных наблюдений следует, что при активизации вулканической активности зачастую увеличивается давление в питающей системе вулкана.

Контакты:

*А. А. Радионов, aar200772@mail.ru

Под питающей системой здесь понимается система каналов и магматических камер, расположенных под вулканом, по которым магма движется к поверхности. При увеличении давления в питающей системе регистрируется множество ДВЗ. Зачастую местоположение очага ДВЗ регистрируется под кратером вулкана и является сохраняющимся в течение длительного времени, даже между разными периодами активизации вулкана.

Теоретическому объяснению механизмов и причин возникновения ДВЗ посвящен обзор [Chouet, 1996]. Основным механизмом возникновения ДВЗ считается резонансное возбуждение колебаний некоторой полости, заполненной газо-пепловыми компонентами магматического расплава и достигающей размеров по разным оценкам в сотни метров. Модельное описание колебаний газо-пепловой полости хорошо соответствует наблюдениям, что обсуждается в работах [Chouet, 1996; Kumagai и Chouet, 1999; Crosson и Bame, 1985; Fujita и др., 1995; Kumagai и Chouet, 1999, 2001; Neuberg и др., 2006], оцениваются размеры заполненной газом камеры и свойства газо-пепловой смеси.

Возможность возникновения ДВЗ в некоторой полости/трещине питающей системы вулкана, размером в сотни метров и заполненной газо-пепловой смесью, маловероятно геологически и трудно обосновать физически. В наблюдениях отмечается, что источник ДВЗ является неразрушающимся и сохраняющимся длительное время между периодами активизации вулкана. За промежуток времени, протекающий между периодами активизации вулкана, полость, заполненная газо-пепловой смесью и непосредственно контактирующая с горячим магматическим расплавом, должна закрыться. На это указывает способность магматических расплавов хорошо растворять воду и другие летучие компоненты [Лебедев и Хитаров, 1979; Анфилогов и др., 2005]. Длительное существование трещины/полости в питающей системе вулкана является труднообъяснимой особенностью этой модели.

Другими механизмами, которые применяются для объяснения процессов возникновения ДВЗ, являются медленное трещинообразование в магме [например, Lamb и др., 2019] и разрушение магмы [например, Neuberg и др., 2006]. Для вулкана Сантьягuito, Гватемала предлагается механизм, связанный с быстрым сдвигом некоторой массы застекленевшей или дегазированной магмы [Johnson и др., 2008]. Также, для вулкана Сантьягuito, на основании измерений предложена модель [Scharff и др., 2014], согласно которой ДВЗ возникают как результат трения магмы на стенках канала. Там же указывается, что необ-

ходимо учитывать сжимаемость магмы, которая связана как с собственной сжимаемостью расплава, так и с заметным содержанием пузырьков газовой фазы в ней. Для Сантьягuito показывается, что непрерывное выделение и накопление газа в неглубоких каналах может вызывать циклическое возникновение ДВЗ в открытых жерлах кислых вулканов [Johnson и др., 2014]. Одной из возможностей возникновения осцилляций может являться проскальзывание магмы с реологией тела Максвелла по стенкам канала [Ozerov и др., 2003].

Модель затухающего гармонического осциллятора используется для описания механизмов регулярного возникновения (авторы назвали такую регулярность «барабанной дробью») ДВЗ для вулкана Mount St Helens в 2004–2005 гг. [Iverson и др., 2006]. Используется нелинейная зависимость трения от скорости движения массивной магматической пробки в жерле вулкана. Для описания механизмов возникновения «drumbeats» режимов ДВЗ, сопровождавших извержение вулкана Кизимен в 2011–2012 гг. на Камчатке, используется модель математического осциллятора с учетом нелинейного трения и адгезии [Шакирова и др., 2020; Parovik и др., 2022]. Эти упрощенные модели позволяют анализировать режимы подъема магматических расплавов, при которых возможно наблюдение «drumbeats» режимов ДВЗ. Наблюдаемая связь между добротностью и частотой ДВЗ отмечается в работах [Koulakov и др., 2013, 2018].

Некоторые важные детали, связанные с нагревом при деформациях массивной пробки и более глубоких слоев магмы в контактирующей с вмещающей породой кромке канала для вулкана Сантьягuito, представлены в экспериментальной работе [Lavallée и др., 2015]. Показано, что трение может генерировать достаточно тепла, чтобы вызвать плавление и образование пузырьков гидратированной магмы. Делается вывод, что термальный путь, который проходит магма во время подъема, контролирует дегазацию и образование пузырьков.

Исследования [Kurzon и др., 2005, 2011] посвящены изучению взаимодействия сейсмических волн с газонасыщенными магматическими расплавами со значительным содержанием пузырьков, которые наблюдаются в верхних частях каналов вулканов. Показывается, что усиление сейсмических волн в заполненных магмой каналах возможно на низких частотах, когда скорость роста пузырьков достигает некоторого значения, при котором скорость волны снижается, и усиливается за счет энергии, выделяемой при росте пузырьков.

В настоящей работе представлена альтернативная математическая модель ДВЗ, учитывающая динамические процессы, протекающие в питающей системе вулкана, заполненной сжимаемым магматическим расплавом с реологией Максвелла. Показано, что заполняющая питающую систему вулкана магма является осциллятором и может испытывать гармонические затухающие колебания, частота которых определяется геометрическими размерами полости и свойствами магмы. В работе [Радионо́в, 2020] показана математическая модель возникновения ДВЗ при условии постоянной плотности магматического расплава, в данной работе рассматривается возможный механизм возникновения ДВЗ с учетом изменений плотности магмы во времени, то есть сжимаемости расплава.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1 Обозначения

Экспериментальные данные показывают, что магматические расплавы не являются высокомолекулярными жидкостями и имеют сложную реологию [Лебедев и Хитаров, 1979; Персиков, 1984; Анфилогов и др., 2005; Goppertmann и Manga, 2007], для них часто используется реология тела Максвелла [например, Dingwell и Webb, 1990; Webb, 1997; Ozerov и др., 2003]. Рассмотрим канал вулкана идеализированной цилиндрической формы, заполненный магматическим расплавом с реологией Максвелла. Примем цилиндрическую систему координат (r, ϕ, z) . Охарактеризуем этот цилиндр радиусом R , ось z системы координат совместим с осью цилиндра и направим вверх, а точку $r = 0$ совместим с осью канала, время обозначим t . Обозначим $p, \rho, \mu, E, \lambda = \mu/E$ – давление, плотность, вязкость, модуль упругости и время релаксации магмы. Вектором (u, w) обозначим скорость течения, где u – компонента скорости направленная вдоль радиуса (радиальная компонента), w – компонента скорости направленная вдоль оси цилиндра (осевая компонента), положительное значение которой соответствует направлению вверх. Азимутальная компонента скорости, направленная перпендикулярно радиусу и оси, принимается далее нулевой. Вектор ускорения свободного падения $(0, 0, -g)$ не зависит от высоты. Эскиз модели и эскиз модельного распределения характеристик магматического расплава приведен на рис. 1.

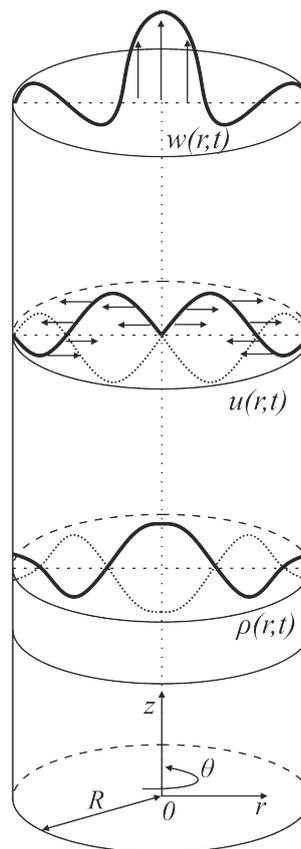


Рис. 1: Эскиз геометрии модели и модельные распределения по радиусу характеристик.

2.2 Управляющие уравнения

Система дифференциальных уравнений, описывающая течение магмы в канале вулкана, включает уравнения движения, реологическое уравнение, связывающее скорости деформации и напряжения, и уравнение неразрывности. Для построения аналитического решения этих уравнений используем следующие упрощающие предположения:

1. независимость характеристик течения от угловой координаты, т. е. $\partial f / \partial \phi = 0$, где f – любая из зависимых переменных;
2. независимость скорости течения от вертикальной координаты: $\partial w / \partial z = 0$; а также условие $\partial u / \partial z = 0$;
3. малость возмущений плотности магмы, что позволяет линеаризовать нелинейные слагаемые уравнений;
4. изменениями температуры, содержания летучих компонент расплава и количества пузырьков по глубине канала пренебрегается, что может быть приемлемо в качестве

первого приближения. В этом случае, вязкость магмы может быть принята константой. Количеством тепла, выделяющимся при деформировании магматических расплавов [Gonnermann и Manga, 2007], также пренебрегается.

Запишем плотность магматического расплава в виде суммы $\rho = \rho_0 + \rho$, где $\rho_0 = \text{Const}$, $\rho = \rho(r, z, t)$ – малое изменение плотности, тогда уравнение неразрывности принимает вид [Ландау и Лифшиц, 1988]:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{1}$$

Уравнение движения для радиальной компоненты скорости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \sigma^{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma^{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma^{rr} - \sigma^{\theta\theta}}{r} \right). \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь σ^{ij} – тензор напряжений, где $(i, j) = (r, \theta, z)$. Используем линейную реологическую модель Максвелла [например, Bird и др., 1987]:

$$\sigma^{ij} + \lambda \frac{\partial \sigma^{ij}}{\partial t} = \mu \epsilon^{ij}, \tag{3}$$

где ϵ^{ij} – тензор скоростей деформаций. Компоненты тензора скоростей деформации выражаются через скорости течения жидкости в виде:

$$\begin{aligned} \epsilon^{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}, \\ \epsilon^{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \epsilon^{\theta\theta} &= \frac{u}{r}, \\ \epsilon^{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right). \end{aligned} \tag{4}$$

Система уравнений (1–4) решается при крайних условиях: ограниченность на оси цилиндра

$$u(r=0) < \infty, \rho(r=0) < \infty, \tag{5}$$

и условия прилипания к боковой поверхности цилиндра

$$u(r=R) = 0, \partial \rho / \partial r(r=R) = 0, \tag{6}$$

дополнительным условием можно принять $\partial \rho / \partial r(r=0) = 0$.

Вычислив правую часть уравнения (2) из реологического уравнения (4), используем (1) и получим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\mu}{\lambda \rho_0} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) \\ = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial t} - \frac{1}{\lambda \rho_0} \frac{\partial p}{\partial r}. \end{aligned} \tag{7}$$

При этом использовались условия $\partial w / \partial z = 0$, $\partial u / \partial z = 0$.

Поскольку используется условие $\partial w / \partial z = 0$, плотность вычисляется непосредственно из уравнения неразрывности (1), и изменению плотности во времени соответствует изменение радиальной компоненты скорости $u(r, t)$ по радиусу. При малых скоростях движения магмы проскальзывание на стенках канала не учитывается.

Для определения решения уравнения (7) требуются два начальных условия, связанные с амплитудой и скоростью изменений радиальной компоненты скорости течения магмы. Однако удобнее и физически реалистичнее формулировка начальных условий не для радиальной компоненты скорости, а для возмущения плотности $\rho(r, z, t = 0)$. Эти величины однозначно связаны уравнением неразрывности (1) при условии $\partial w / \partial z = 0$. Начальными условиями для решения уравнения (7) могут являться любые изменения плотности, происходящие в питающей системе вулкана. Например, поступление порции магмы из глубинных слоев, которая плотнее, чем частично дифференцированная насыщенная пузырьками и остывшая магма в верхних слоях. Изменить плотность может поток летучих компонент или сейсмическое событие.

Примем начальный момент времени $t = 0$ непосредственно сразу после такого события, а происходящие в питающей системе вулкана изменения плотности примем за начальные условия задачи. Возмущение плотности и скорость ее изменения в начальный момент обозначим:

$$\rho(r, t = 0) = \phi(r), \quad \frac{\partial \rho}{\partial t}(r, t = 0) = \psi(r). \tag{8}$$

3 РЕШЕНИЯ

Найдем решение однородного уравнения (7) для радиальной скорости $u(r, t)$ с граничными условиями (5, 6) [Тихонов и Самарский, 1966]. При решении однородного уравнения правая часть (7) принимается равной нулю. С найденным решением интегрируется уравнение неразрывности (1). Далее, постоянные интегрирования в решении уравнения (1) определяются с помощью начальных условий (8). После этого опреде-

ляется решение уравнения (7). Результат имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho(r, t) &= \exp\left(-\frac{t}{2\lambda}\right) \sum_{n=1}^{\infty} J_0\left(\omega_{1,n} \frac{r}{R}\right) \\ &\times \left[\phi_n \cos(t\gamma_n) + \frac{1}{\gamma_n} \left(\psi_n + \frac{\phi_n}{2\lambda} \right) \sin(t\gamma_n) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} u(r, t) &= \exp\left(-\frac{t}{2\lambda}\right) \sum_{n=1}^{\infty} J_1\left(\omega_{1,n} \frac{r}{R}\right) \frac{R}{\omega_{1,n} \rho_0} \\ &\times \left[-\psi_n \cos(t\gamma_n) + \left(\phi_n \frac{4\lambda^2 \gamma_n^2 + 1}{4\lambda^2 \gamma_n} + \frac{\psi_n}{2\lambda \gamma_n} \right) \sin(t\gamma_n) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $J_0(x)$, $J_1(x)$ – функции Бесселя нулевого и первого порядка, соответственно. Обозначено: ϕ_n – коэффициент разложения функции $\phi(r)$ в ряд по функциям Бесселя $J_1(\omega_{1,n}r/R)$, $n = 1, 2, 3, \dots$, а ψ_n – коэффициент разложения функции $\psi(r)$ в такой же ряд. Введены обозначения:

$$\gamma_n^2 = \frac{\mu}{\lambda \rho_0} \frac{\omega_{1,n}^2}{R^2} - \frac{1}{4\lambda^2}, \quad (11)$$

$\omega_{1,n}$ – n -й положительный корень уравнения $J_1(\omega) = 0$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Выражения (9, 10) записаны для случая $\gamma_n^2 > 0$, когда возможно осциллирующее поведение во времени.

Влияние содержащих давление слагаемых в (7) обсуждается в Приложении. Там же обсуждаются причины, по которым для описания механизма ДВЗ достаточно использования однородного уравнения (7).

Носителем колебаний (9, 10) является сжимаемый магматический расплав с реологией Максвелла, а осцилляции могут возникать только внутри канала вулкана. Эти колебания с достаточной точностью описываются левой частью уравнения (7), не являются в полной мере звуковыми колебаниями, а возвращающая сила связана с упругостью сжимаемого магматического расплава μ/λ и не связана со слагаемыми, содержащими давление.

4 АНАЛИЗ МОДЕЛИ

Использование условия $\partial w/\partial z = 0$ позволяет найти и аналитически проанализировать решение задачи о течении максвелловской магмы в питающей системе вулкана, и приводит к тому, что уравнение (7) теряет зависимость от вертикальной координаты. Это означает, что уравнение (7)

описывает бесконечное по оси Oz течение, соответственно и начальные условия (8) задаются бесконечного размера по оси Oz , что налагает ограничения на использование полученного решения.

Канал вулкана и начальные условия всегда ограничены по оси Oz некоторым диапазоном высот, в котором возникает изменение плотности, или размером вулканического канала, в котором развивается инициирующее возмущение. Предлагаемая модель остается работоспособной, если начальные условия одинаковы по всей длине питающей системы или хотя бы в достаточно большой ее части. В решении (9, 10) внешние воздействия моделируются при помощи начальных условий (8) и применяются для канала конечных размеров.

Физический смысл решения (9, 10) состоит в том, что в заполненной магмой питающей системе вулкана могут возникать колебания плотности под действием внешних воздействий. Другими словами, сама питающая система вулкана является осциллятором. Частота γ_n , с которой возбуждаются осцилляции магматического расплава в питающей системе вулкана, определяется видом начальных условий (8), свойствами магматического расплава и геометрией канала.

Коэффициент затухания в (9) определяется временем релаксации магмы $\lambda = \mu/E$, и может быть вычислен непосредственно из наблюдений ДВЗ. В приповерхностных слоях модуль упругости E уменьшается и зависит от содержания пузырьков, появляющихся из-за дегазации, что также увеличивает сжимаемость магматического расплава. В свою очередь именно свойство сжимаемости магмы в верхних слоях питающей системы обеспечивает заметные изменения плотности магмы в питающей системе при поступлении новых порций из глубинных слоев.

Гармонические затухающие колебания (9, 10) приводят к периодическим радиальным смещениям расплава вдоль радиуса цилиндрического канала вулкана и возможны при $\lambda > 1$ с.

Рассмотрим отдельные гармоники (9, 10). Для этого выберем начальные условия в специальном виде, так, чтобы коэффициенты разложения равнялись $\phi_n = \psi_n = 0$, при $n \neq k$ и $\phi_k = a$, $\psi_k = 0$, где k фиксировано, a – произвольное число. Графики радиальной скорости (10) и плотности (9) изображены на рис. 2 для значений $k = 2, 3$ при фиксированных прочих постоянных и показаны в момент времени $t = 0, 5$ с и $t = 1, 0$ с, соответственно. Амплитуда колебаний соответствует возмущению плотности 1 кг/м^3 .

Оценим возмущения радиальной компоненты скорости, которые могут возникать в питающей системе вулкана в результате изменения плот-

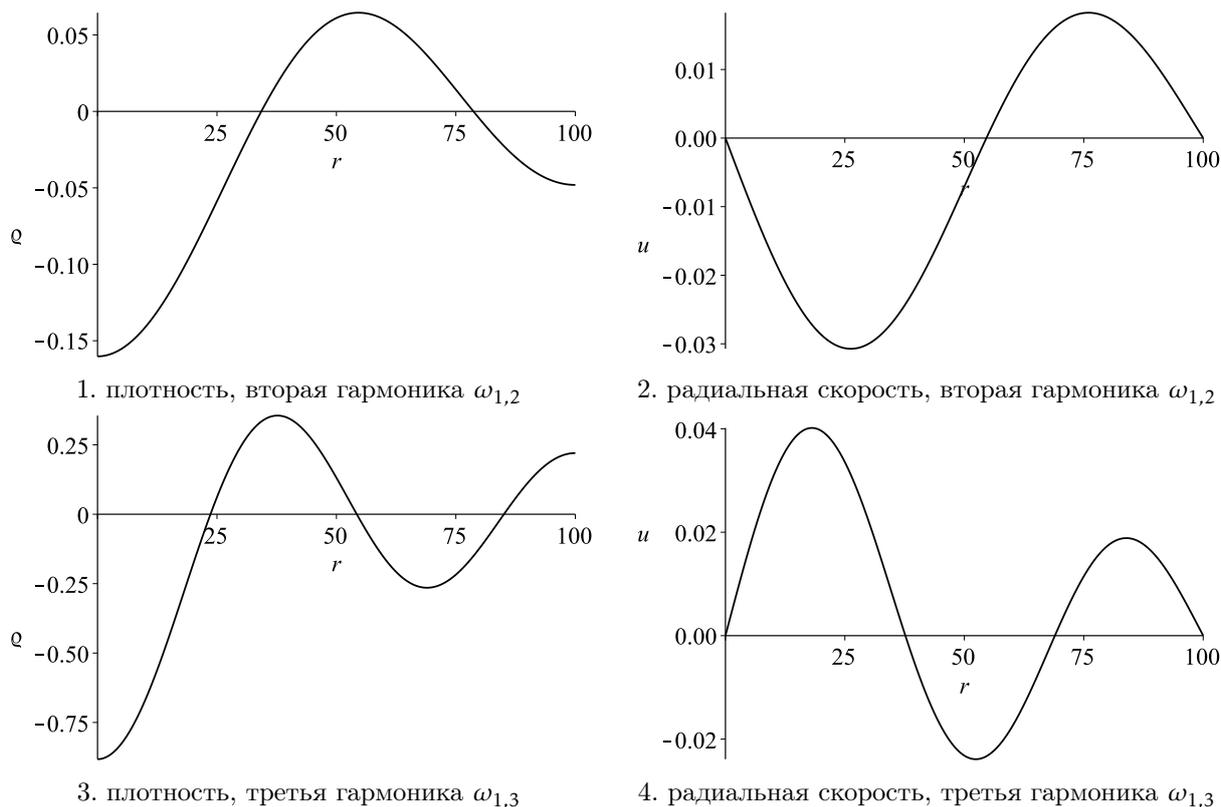


Рис. 2: Зависимость второй и третьей гармоники решений (9, 10) от радиуса. Кривые построены при параметрах: $\rho_0 = 2100 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 4 \text{ с}$, $\mu = 10^8 \text{ Па}$, $R = 100 \text{ м}$. Радиальная компонента скорости выражена в м/с. Амплитуда колебаний соответствует возмущению плотности 1 кг/м^3 .

ности в канале. Примем для оценок идеализированное условие $\rho(r, t = 0) = \phi(r) = \pm 1 \text{ кг/м}^3$, $\psi(r) = 0$, более реалистичное возмущение будет иметь некоторую зависимость от радиуса. Из (9, 10) следует, что возмущение плотности в $\rho = \pm 1 \text{ кг/м}^3$ вызывает колебания радиальной скорости $\pm 0,04 \text{ м/с}$. Вычисления проводились при $\rho_0 = 2100 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 4 \text{ с}$, $\mu = 10^8 \text{ Па}$, $R = 100 \text{ м}$.

Вертикальный литостатический перепад давления также испытывает осцилляции, определяемые распределением плотности (9). Это изменение давления максимально вблизи оси канала (рис. 1, 2) и может являться той единственной силой, которая определяет механизм формирования ДВЗ. Изменения литостатического перепада давления составляют $\Delta p = \rho g H$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения, H – глубина канала. Принимая $\rho = \pm 1 \text{ кг/м}^3$ и $H = 1000 \text{ м}$, получим $\Delta p = \pm 10^4 \text{ Па}$. Это гармонический во времени перепад давления прямо пропорциональный глубине канала и имеющий максимальную амплитуду на оси канала.

Осцилляции возникают в канале вулкана при условии $\gamma_n^2 > 0$, (11). Это означает, что колебания возникают не при любых значениях величин,

входящих в это условие. Перепишем (11) в виде: $R^2 < 4\lambda\mu\omega(1, n)^2\rho_0^{-1}$, отсюда видно, что колебания не могут возникать в каналах с очень большим радиусом. Примем для оценок следующие значения: $\rho_0 = 2100 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 10^8 \text{ Па}$, $\omega_{1,n} = \omega_{1,1} \approx 3.8317$, $\lambda = 4 \text{ с}$. Для этих значений получается оценка радиуса канала $R < 6120 \text{ м}$, в котором возможно возникновение колебаний. Такая оценка является правдоподобной для верхней части каналов множества действующих вулканов. С уменьшением вязкости этот радиус уменьшается, а с увеличением – возрастает. Номер гармоники, которая возбуждается в канале вулкана, определяется также зависимостью начального возмущения плотности от радиуса.

5 ОПИСАНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ ВБЛИЗИ ВУЛКАНА САНТЯГУИТО

Применим модель (9, 10) для описания измерений ДВЗ, регистрируемых в районе вулкана Сантьягuito, изложенных в работах [Johnson *u др.*, 2008, 2014; Scharff *u др.*, 2014]. В [Johnson *u др.*, 2014] оцениваются геометрические характеристики верхней части канала радиусом $R \approx$

18 ÷ 100 м, до глубин порядка 1000 м; вязкость магмы оценивается как $\mu \approx 10^7 \div 10^9$ (вторая цифра с учетом кристалличности) Па·с; кристалличность – 30%; содержание растворенных летучих – 4 мас. % H₂O; магма дегазируется оценочно на 1,6 до 2,4 мас. % H₂O при подъеме к поверхности, что приводит к заметному содержанию пузырьков. Плотность составляет $\rho_0 = 1,800 \div 2,400$ кг/м³, со средним значением $\rho_0 = 2,100$ кг/м³.

Регистрируемые ДВЗ характеризуются относительно медленным затуханием и протяженностью до 40 секунд [Johnson *и др.*, 2008, 2014; Scharff *и др.*, 2014]. За исключением короткого по времени начального промежутка основной сигнал ДВЗ является квази-синусоидальным. Наблюдающиеся частоты группируются вблизи значений 0,5–2 Гц, со средним значением 1,2 Гц.

Коэффициент затухания ДВЗ в (9, 10) связан со временем релаксации λ , которое является физической характеристикой магмы и одинаково для множества событий ДВЗ. Время релаксации принимается в модели (9, 10) константой для верхних слоев канала вулкана. Значение этой константы можно оценить как $\lambda \approx 2 \div 8$ с со средним значением ≈ 4 с.

Согласно (11), периоду ДВЗ $T_1 \approx 0,8$ с или частоте $\approx 1,2$ Гц соответствуют значения вязкости $\mu \approx 10^{8,9}$ Па·с при радиусе $R = 100$ м, и $\mu \approx 10^{7,4}$ Па·с при радиусе $R = 18$ м. Эти значения лежат внутри интервалов имеющих оценки, полученных для параметров в (11). Таким образом, частоты ДВЗ, вычисленные теоретически на основании оценок вязкости и размеров канала, удовлетворительно соответствуют наблюдаемым значениям.

В работе [Johnson *и др.*, 2008] наблюдались вертикальные и горизонтальные смещения поверхности кратера вулкана Сантьягуито, соответствующие событию ДВЗ, при этом начальные и наиболее амплитудные движения отмечаются в центре кратера. Далее фронт деформаций поверхности кратера смещался от центра на периферию со скоростью 30 ÷ 50 м/с, которая слишком медленная для упругих волн и не соответствует волнам плавучести. Для вычисленных из (9, 10) осцилляций плотности для второй и третьей гармоник (рис. 2) видно, что наиболее амплитудные изменения плотности происходят на оси канала. На рис. 2.1 изображены колебания плотности и радиальной скорости для второй гармоники, а на рис. 2.2 – для третьей гармоники.

Горизонтальную скорость движения фронта деформации на поверхности кратера для гармонических осцилляций можно оценить как отношение частоты к волновому числу в (9): $R\gamma_n/\omega_{1,n} \approx 30 \div 50$ м/с при $\mu \approx 10^{7,3} \div 10^{7,7}$ Па·с, которое слабо зависит от номера гармоники и радиуса канала.

Скорость движения фронта деформации 30 ÷ 50 м/с, хорошо воспроизводится моделью (9, 10) как скорость горизонтального смещения фронта осцилляции ДВЗ.

Сопровождающие ДВЗ вертикальные движения поверхности кратера рассматриваются во второй части этой работы. Здесь заметим, что наблюдаются вертикальные ускорения поверхности кратера порядка 20 ÷ 30 м/с². Столь значительные ускорения при относительно малых амплитудах возмущения плотности могут быть объяснены с использованием результатов работы [Kurzon *и др.*, 2011], где указывается на возможность усиления амплитуды волн деформаций, проходящих в сжимаемой пузырьковой магме.

При возникновении ДВЗ может активироваться более высокая гармоника колебаний (9, 10), номер которой определяется инициирующими ДВЗ событиями и на основании (9, 10) предсказан быть не может. Сложная геометрическая форма канала вулкана, несомненно, влияет на частоты собственных колебаний и может приводить к собственным частотам γ_n , распределенным в некотором интервале частот.

Неразрушающимся источником ДВЗ в представленной модели является сам питающий канал вулкана, в модельном представлении имеющий цилиндрическую форму. ДВЗ в нем возбуждаются при изменении плотности, происходящем при дегазации расплава на некоторой глубине в канале вулкана.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Используя простейшую модель тела Максвелла (3) можно получить уравнение (7). Для модельного течения в цилиндрическом канале это уравнение допускает аналитическое решение, которое показывает, что сама магматическая камера является резонатором, в котором возможно возникновение осцилляций.

В настоящей работе рассматривается модельный бесконечный цилиндрический столб магмы. Соответственно и начальные условия также выбираются независимыми от вертикальной координаты. В натуральных условиях это предположение нарушается. Для достаточно протяженного по вертикали канала полученные решения остаются работоспособными для достаточно протяженных каналов и в случае, если граничные условия на верхнем и нижнем сечениях ограниченного по высоте цилиндра равны нулю.

Причиной, приводящей к возникновению рассмотренных осцилляций является максвелловская реология магмы и ее сжимаемость. Частота и добротность осцилляций, определяются свой-

ствами расплава и геометрическими характеристиками канала вулкана.

Колебания могут наблюдаться как для осевой, так и для радиальной компоненты скорости. Возмущения плотности взаимосвязаны с колебаниями радиальной компоненты скорости магматического расплава (9, 10). Конкретный вид возникающих затухающих гармонических колебаний в решении уравнения (7) определяется начальными условиями. Какая именно из гармоник решения будет возбуждаться, также определяется начальными условиями.

Эти осцилляции могут являться одним из движущих механизмов ДВЗ, наблюдающихся при вулканической активности. Согласно (9, 10) при возмущении плотности магмы возникают осцилляции с частотой (11), затухающие с коэффициентом $1/(2\lambda)$, который определяется только свойствами расплава. Для каналов сложной геометрической формы выражение (11) является оценочным и могут возникать диапазоны частот.

В опубликованных сигнатурах ДВЗ начало сигнала является характерным для невулканического сейсмического события, после чего наблюдается гармоническая затухающая сигнатура во времени. Первая часть такого сигнала соответствует процессам возникновения возмущения плотности, после которого устанавливается гармоническая сигнатура (9, 10).

Колебания плотности (9) связаны со сжимаемостью магматического расплава. В глубоких слоях сжимаемостью магмы можно пренебрегать, однако, поднимаясь вверх по питающей системе вулкана, она дегазируется, что приводит к образованию пузырьков. При этом плотность магмы уменьшается, а сжимаемость увеличивается. Пузырьки являются источником дополнительной сжимаемости магмы. Исходя из этого, можно полагать, что в глубоких слоях питающей системы вулкана осцилляции (9, 10) вряд ли возможны, поскольку плотность там меняется незначительно, на больших глубинах могут возникать колебания несжимаемой магмы [Радионо́в, 2020]. Помимо дополнительной сжимаемости магмы, пузырьки в верхних слоях канала вулкана могут усиливать амплитуду упругих волн в канале [Kurzon и др., 2011].

Одним из важных свойств, которое характеризует именно ДВЗ, является наблюдаемый механизм источника. Механизмом источника ДВЗ является не результат действия момента сил, как для сейсмических событий не вулканического происхождения, а результат действия одной силы [Nishimura и др., 1995; Ohmi и Obara, 2002; McNutt, 2005]. В представленной модели единственная сила направлена вдоль оси канала, за-

частую вертикального, и связана с периодическими осцилляциями плотности на оси канала, которые приводят к периодическому увеличению или уменьшению литостатического перепада давления в поперечном сечении канала.

В наблюдениях отмечается, что очаговая область ДВЗ сохраняется и обеспечивает повторяемость ДВЗ длительное время, достаточное для многократного возникновения ДВЗ, практически одинаковой сигнатуры. В модели заполненный магматическим расплавом канал вулкана является источником осцилляций ДВЗ и сохраняется достаточно длительное время.

Для ДВЗ, наблюдающихся в вулканических центрах с базальтовым типом магм (для которых время релаксации меньше единицы $\lambda < 1$ и колебания (9, 10) быстро затухают), представленный механизм неработоспособен. ДВЗ имеют другой механизм происхождения или возникают в побочных каналах с глубоко дифференцированной магмой.

7 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Множество одновременно действующих во время активизации вулканической активности факторов и механизмов требует разнообразных моделей вулканической сейсмичности. Одним из факторов, требующих дополнительных модельных представлений, являются динамические особенности процессов в питающей системе вулкана.

Представленная аналитическая модель описывает ДВЗ как проявление колебаний сжимаемой магмы в канале вулкана. Эти колебания могут возникать как реакция магмы в канале вулкана на внешнее воздействие, например, на повышение давления в питающей системе вулкана или сейсмическое событие. Сравнение вычислений по предлагаемой модели с наблюдаемыми частотами ДВЗ показывает удовлетворительные результаты. Модель также может оказаться полезной при тестировании более сложных математических моделей, применяемых для описания ДВЗ.

А ПРИЛОЖЕНИЕ

Для анализа влияния содержащих давление слагаемых в (7) следует использовать уравнение, которому подчиняется давление. Одним из алгоритмов получения этого уравнения является действие оператором дивергенции на уравнение движения, в результате с учетом уравнений неразрывности и состояния получается уравнение гиперболического типа, которое содержит лапласиан возмущения давления и вторую произ-

водную возмущения плотности по времени, вида $\partial^2 \rho / \partial t^2 - c_0^2 \Delta \rho / \rho_0 = \dots$

Для этого уравнения начальным условием является некоторое возмущение плотности внутри канала. Граничным условием на оси канала, при $r = 0$, ставится условие ограниченности. На внешней границе канала, при $r = R$, граничное условие для давления определяет степень отражения от границы акустических волн. Полному отражению соответствует условие вида $\partial p / \partial r = 0$. Прозрачности канала для акустических волн соответствует граничное условие на бесконечности, при $r = \infty$.

Обращаясь к данным измерений, можно увидеть, что типичный сигнал ДВЗ состоит из начального высокочастотного сигнала, после которого следует квази-синусоидальный низкочастотный сигнал. Длительность начального участка определяется временем, которое занимает начальное возмущение давления. Возмущение давления, соответствующее начальному участку, покидает область канала и распространяется во вмещающей породе. Следовательно, боковая граница канала является в значительной степени прозрачной для возмущений давления. При этом, осцилляции (9, 10) возможны только в области канала, поскольку их носителем является сжимаемая магма. Также и возмущение плотности, связанное с радиальной скоростью, определяется граничными условиями (5, 6).

При постановке граничного условия на бесконечности видом решения для акустических осцилляций давления является «бегущая волна». В этом случае внутри канала эти возмущения не задерживаются и излучаются вовне.

Сравним частоты, полученные в измерениях, с частотами однородного и неоднородного уравнения (7) для вулкана Сантьягuito. Для неоднородного уравнения (7) примем граничное условие при $r = R$, полностью отражающее возмущения давления, т.е. давление полностью определяется возмущением плотности, возникающим при осцилляциях радиальной скорости. Уравнение (7) перепишем в виде

$$c \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{\mu}{\lambda \rho_0} + c_0^2 \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) = - \frac{c_0^2}{\lambda \rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial r}, \quad (A.1)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} = 0,$$

где использовано уравнение состояния в простейшем виде $\partial p = c_0^2 \partial \rho$, скорость звука принимается константой $c_0 = \text{Const} = 435 \text{ м/с}$ [Scharff *u* ∂p ,

2014]. Краевые условия для этого уравнения приведены в тексте.

Решение однородного уравнения (A.1) отличается от (10) частотой осцилляций, которая имеет вид:

$$\gamma_n^2 = \left(\frac{\mu}{\lambda \rho_0} + c_0^2 \right) \frac{\omega_{1,n}^2}{R^2} - \frac{1}{4\lambda^2}. \quad (A.2)$$

При $\rho_0 = 2100 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 4 \text{ с}$, $\mu = 10^8 \text{ Па}$, $R = 55 \text{ м}$ из формулы (11) следует величина 1,2 Гц, из формулы (A.2) – 5,0 Гц, среднее значение из наблюдений – 1,2 Гц. Хотя обе частоты (11) и (A.2) находятся в удовлетворительном согласии с измерениями, но частоты (11) ближе к наблюдаемым. Частота (A.2) выше измеренной при всех значениях параметров, например при максимальном значении радиуса $R = 100 \text{ м}$ составляет 2,7 Гц, что больше измеренной средней частоты.

При $(\mu/\lambda\rho_0)^{1/2} \approx 110 < c_0$ численное решение (A.1) показывает возникновение осцилляций с периодами и скоростями затухания, отличающимися от решения однородного уравнения (7). При $(\mu/\lambda\rho_0)^{1/2} > c_0$ эти различия меньше, а при $c_0 \rightarrow 0$ различия исчезают. Также, численные решения показывают, что слагаемое в правой части (A.1) несколько увеличивает скорость затухания.

Можно сделать вывод, что возмущения давления не существенно отражаются на внешней границе канала, и давление переносит возмущение давления (9) за пределы канала. Следовательно, неоднородные слагаемые (7) не должны оказывать существенного влияния на решение внутри канала. Для более точного описания уравнение (7) должно решаться в более общей постановке с учетом возможного частичного отражения акустической волны на внешней границе канала.

Основываясь на приведенных рассуждениях, можно сделать вывод, что решение однородного уравнения (7) является приемлемой модельной оценкой для решения уравнения (7) в канале вулкана, по крайней мере, при рассматриваемых в работе значениях параметров.

Благодарности. Автор благодарит рецензентов журнала «Russian Journal of Earth Sciences» за полезное обсуждение и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Анфилов В. Н., Быков В. Н., Осипов А. А. Силикатные расплавы. — Москва : Наука, 2005. — С. 357.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: учебное пособие. Гидродинамика. Т. 6. — Москва : Наука. Физматлит, 1988. — С. 736.

- Лебедев Е. Б., Хитаров Н. И. Физические свойства магматических расплавов. — Москва : Наука, 1979. — С. 200.
- Персиков Э. С. Вязкость магматических расплавов. — Москва : Наука, 1984. — С. 159.
- Радионо́в А. А. О малых колебаниях магмы в питающей системе вулкана // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2020. — 1 (205). — С. 78–84. — DOI: [10.18522/1026-2237-2020-1-78-84](https://doi.org/10.18522/1026-2237-2020-1-78-84).
- Тихоно́в А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — Москва : Наука, 1966. — С. 724.
- Шакирова А. А., Фирстов П. П., Паровик Р. И. Феноменологическая модель генерации землетрясений сейсмического режима "Drumbeats", сопровождавших извержение вулкана Кизимен в 2011–2012 гг. // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. — 2020. — Т. 33, № 4. — С. 86–101. — DOI: [10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101](https://doi.org/10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101).
- Angelis S. D., McNutt S. R. Degassing and hydrothermal activity at Mt. Spurr, Alaska during the summer of 2004 inferred from the complex frequencies of long-period events // Geophysical Research Letters. — 2005. — Vol. 32, no. 12. — P. 1–4. — DOI: [10.1029/2005gl022618](https://doi.org/10.1029/2005gl022618).
- Bird R. B., Armstrong R. C., Hassager O. Dynamics of Polymeric Liquids. Vol. 1. — New York : Wiley-Interscience, 1987. — P. 672.
- Chouet B. A. Long-period volcano seismicity: its source and use in eruption forecasting // Nature. — 1996. — Vol. 380, no. 6572. — P. 309–316. — DOI: [10.1038/380309a0](https://doi.org/10.1038/380309a0).
- Crosson R. S., Bame D. A. A spherical source model for low frequency volcanic earthquakes // Journal of Geophysical Research. — 1985. — Vol. 90, B12. — P. 10237. — DOI: [10.1029/jb090ib12p10237](https://doi.org/10.1029/jb090ib12p10237).
- Dingwell D. B., Webb S. L. Relaxation in silicate melts // European Journal of Mineralogy. — 1990. — Vol. 2, no. 4. — P. 427–449.
- Fujita E., Ida Y., Oikawa J. Eigen oscillation of a fluid sphere and source mechanism of harmonic volcanic tremor // Journal of Volcanology and Geothermal Research. — 1995. — Vol. 69, no. 3/4. — P. 365–378. — DOI: [10.1016/0377-0273\(95\)00027-5](https://doi.org/10.1016/0377-0273(95)00027-5).
- Gonnermann H. M., Manga M. The Fluid Mechanics Inside a Volcano // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2007. — Vol. 39, no. 1. — P. 321–356. — DOI: [10.1146/annurev.fluid.39.050905.110207](https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.39.050905.110207).
- Iverson R. M., Dzurisin D., Gardner C. A., *et al.* Dynamics of seismogenic volcanic extrusion at Mount St Helens in 2004–2005 // Nature. — 2006. — Vol. 444, no. 7118. — P. 439–443. — DOI: [10.1038/nature05322](https://doi.org/10.1038/nature05322).
- Johnson J. B., Lees J. M., Gerst A., *et al.* Long-period earthquakes and co-eruptive dome inflation seen with particle image velocimetry // Nature. — 2008. — Vol. 456, no. 7220. — P. 377–381. — DOI: [10.1038/nature07429](https://doi.org/10.1038/nature07429).
- Johnson J. B., Lyons J. J., Andrews B. J., *et al.* Explosive dome eruptions modulated by periodic gas-driven inflation // Geophysical Research Letters. — 2014. — Vol. 41, no. 19. — P. 6689–6697. — DOI: [10.1002/2014gl061310](https://doi.org/10.1002/2014gl061310).
- Koulakov I., Smirnov S. Z., Gladkov V., *et al.* Causes of volcanic unrest at Mt. Spurr in 2004–2005 inferred from repeated tomography // Scientific Reports. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — DOI: [10.1038/s41598-018-35453-w](https://doi.org/10.1038/s41598-018-35453-w).
- Koulakov I., West M., Izbekov P. Fluid ascent during the 2004–2005 unrest at Mt. Spurr inferred from seismic tomography // Geophysical Research Letters. — 2013. — Vol. 40, no. 17. — P. 4579–4582. — DOI: [10.1002/grl.50674](https://doi.org/10.1002/grl.50674).
- Kumagai H., Chouet B. A. The complex frequencies of long-period seismic events as probes of fluid composition beneath volcanoes // Geophysical Journal International. — 1999. — Vol. 138, no. 2. — F7–F12. — DOI: [10.1046/j.1365-246x.1999.00911.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.1999.00911.x).
- Kumagai H., Chouet B. A. The dependence of acoustic properties of a crack on the resonance mode and geometry // Geophysical Research Letters. — 2001. — Vol. 28, no. 17. — P. 3325–3328. — DOI: [10.1029/2001gl013025](https://doi.org/10.1029/2001gl013025).
- Kurzon I., Lyakhovsky V., Lensky N. G., *et al.* Forcing of seismic waves travelling through a bubbly magma // AGU Fall Meeting Abstracts. Vol. 2005. — New York, 2005. — V53A–1535.
- Kurzon I., Lyakhovsky V., Navon O., *et al.* Pressure waves in a supersaturated bubbly magma // Geophysical Journal International. — 2011. — Vol. 187, no. 1. — P. 421–438. — DOI: [10.1111/j.1365-246x.2011.05152.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2011.05152.x).
- Lamb O. D., Lamur A., Díaz-Moreno A., *et al.* Disruption of Long-Term Effusive-Explosive Activity at Santiaguito, Guatemala // Frontiers in Earth Science. — 2019. — Vol. 6. — P. 1–14. — DOI: [10.3389/feart.2018.00253](https://doi.org/10.3389/feart.2018.00253).
- Lavallée Y., Dingwell D. B., Johnson J. B., *et al.* Thermal vesiculation during volcanic eruptions // Nature. — 2015. — Vol. 528, no. 7583. — P. 544–547. — DOI: [10.1038/nature16153](https://doi.org/10.1038/nature16153).
- McNutt S. R. Volcanic seismology // Annual Review of Earth and Planetary Sciences. — 2005. — Vol. 33, no. 1. — P. 461–491. — DOI: [10.1146/annurev.earth.33.092203.122459](https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122459).

- Neuberg J. W., Tuffen H., Collier L., *et al.* The trigger mechanism of low-frequency earthquakes on Montserrat // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. — 2006. — Vol. 153, no. 1/2. — P. 37–50. — DOI: [10.1016/j.jvolgeores.2005.08.008](https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2005.08.008).
- Nishimura T., Hamaguchi H., Ueki S. Source mechanisms of volcanic tremor and low-frequency earthquakes associated with the 1988–1989 eruptive activity of Mt Tokachi, Hokkaido, Japan // *Geophysical Journal International*. — 1995. — Vol. 121, no. 2. — P. 444–458. — DOI: [10.1111/j.1365-246x.1995.tb05725.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1995.tb05725.x).
- Ohmi S., Obara K. Deep low-frequency earthquakes beneath the focal region of the Mw 6.7 2000 Western Tottori earthquake // *Geophysical Research Letters*. — 2002. — Vol. 29, no. 16. — P. 1–4. — DOI: [10.1029/2001gl1014469](https://doi.org/10.1029/2001gl1014469).
- Ozerov A., Ispolatov I., Lees J. Modeling Strombolian eruptions of Karymsky volcano, Kamchatka, Russia // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. — 2003. — Vol. 122, no. 3/4. — P. 265–280. — DOI: [10.1016/s0377-0273\(02\)00506-1](https://doi.org/10.1016/s0377-0273(02)00506-1).
- Parovik R. I., Shakirova A. A., Firstov P. P. Mathematical model of the stick-slip effect for describing the “drumbeat” seismic regime during the eruption of the Kizimen volcano in Kamchatka // *Proceedings of the II International Conference on Advances in Materials, Systems and Technologies. (CAMSTech-II 2021)*. Vol. 2467. — AIP Publishing, 2022. — P. 080015. — DOI: [10.1063/5.0092351](https://doi.org/10.1063/5.0092351).
- Scharff L., Hort M., Gerst A. The dynamics of the dome at Santiaguito volcano, Guatemala // *Geophysical Journal International*. — 2014. — Vol. 197, no. 2. — P. 926–942. — DOI: [10.1093/gji/ggu069](https://doi.org/10.1093/gji/ggu069).
- Webb S. Silicate melts: Relaxation, rheology, and the glass transition // *Reviews of Geophysics*. — 1997. — Vol. 35, no. 2. — P. 191–218. — DOI: [10.1029/96rg03263](https://doi.org/10.1029/96rg03263).



ANALYTICAL MODEL OF SMALL FLUCTUATIONS OF COMPRESSIBLE MAGMA WITH MAXWELL RHEOLOGY IN THE FEEDING SYSTEM OF A VOLCANO. PART 1. DENSITY OSCILLATION

Anatoly Radionoff¹,

¹Southern Mathematical Institute VSC RAS, Vladikavkaz, Russia

*Correspondence to: Anatoly Radionoff, aar200772@mail.ru,

Received 17 October 2022; accepted 3 April 2023; published 22 May 2023

The analytical mathematical model is presented that describes one of the possible mechanisms for the occurrence of long-period seismic events that are often recorded near active volcanic centers. The feeding system of the volcano is modeled in the simplest form of a cylindrical channel filled with a compressible magmatic melt with the rheology of a Maxwell body. It is shown that such a magmatic body can experience harmonic damped oscillations, the damping coefficient of which is determined by the relaxation time of the magmatic melt. These fluctuations may appear as a response to a density perturbation caused by the influx of denser magma from deep layers or a change in pressure in the supply system of the volcano. The dependence of the natural oscillatory frequency on the physical characteristics of the magmatic melt and the geometric dimensions of the feed channel is shown. When the compressibility of the magmatic melt is taken into account, density perturbations depend on the size of the feeding system and are characterized by periodic oscillations, which are most pronounced near the channel axis. Oscillations are also experienced by the flow velocity component directed along the radius of the cylinder. The source mechanism of the long-period seismic events is discussed. The model is used to describe long-period oscillations recorded near Santiaguito (Guatemala).

Keywords: Volcanic low-frequency earthquakes, volcano feeding system, magmatic melt rheology, compressible magmatic body, analytical model.

Citation: Radionoff, Anatoly, (2023), Analytical model of small fluctuations of compressible magma with Maxwell rheology in the feeding system of a volcano. Part 1. Density oscillation, *Russian Journal of Earth Sciences*, v. 23, ES2005, DOI:10.2205/2023ES000845

REFERENCES

- Anfilogov V. N., Bykov V. N., Osipov A. A. Silicate melts. — Moscow : Science, 2005. — P. 357. — (in Russian).
- Angelis S. D., McNutt S. Degassing and hydrothermal activity at Mt. Spurr, Alaska during the summer of 2004 inferred from the complex frequencies of long-period events // *Geophysical Research Letters*. — 2005. — Vol. 32, no. 12. — P. 1–4. — DOI: [10.1029/2005g1022618](https://doi.org/10.1029/2005g1022618).
- Bird R., Armstrong R. C., Hassager O. Dynamics of Polymeric Liquids. Vol. 1. — New York : wiley-interscience, 1987. — P. 672.
- Chouet B. Long-period volcano seismicity: its source and use in eruption forecasting // *Nature*. — 1996. — Vol. 380, no. 6572. — P. 309–316. — DOI: [10.1038/380309a0](https://doi.org/10.1038/380309a0).
- Crosson R., Bame D. A spherical source model for low frequency volcanic earthquakes // *Journal of Geophysical Research*. — 1985. — Vol. 90, B12. — P. 10237. — DOI: [10.1029/jb090ib12p10237](https://doi.org/10.1029/jb090ib12p10237).
- Dingwell D., Webb S. Relaxation in silicate melts // *European Journal of Mineralogy*. — 1990. — Vol. 2, no. 4. — P. 427–449.
- Fujita E., Ida Y., Oikawa J. Eigen oscillation of a fluid sphere and source mechanism of harmonic volcanic tremor // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. — 1995. — Vol. 69, no. 3/4. — P. 365–378. — DOI: [10.1016/0377-0273\(95\)00027-5](https://doi.org/10.1016/0377-0273(95)00027-5).
- Gonnermann H., Manga M. The Fluid Mechanics Inside a Volcano // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 2007. — Vol. 39, no. 1. — P. 321–356. — DOI: [10.1146/annurev.fluid.39.050905.110207](https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.39.050905.110207).

- Iverson R., D.Dzurisin, Gardner C., *et al.* Dynamics of seismogenic volcanic extrusion at Mount St Helens in 2004-2005 // *Nature*. — 2006. — Vol. 444, no. 7118. — P. 439–443. — DOI: [10.1038/nature05322](https://doi.org/10.1038/nature05322).
- Johnson J., Lees J., Gerst A., *et al.* Long-period earthquakes and co-eruptive dome inflation seen with particle image velocimetry // *Nature*. — 2008. — Vol. 456, no. 7220. — P. 377–381. — DOI: [10.1038/nature07429](https://doi.org/10.1038/nature07429).
- Johnson J., Lyons J., Andrews B., *et al.* Explosive dome eruptions modulated by periodic gas-driven inflation // *Geophysical Research Letters*. — 2014. — Vol. 41, no. 19. — P. 6689–6697. — DOI: [10.1002/2014gl061310](https://doi.org/10.1002/2014gl061310).
- Koulakov I., Smirnov S., Gladkov V., *et al.* Causes of volcanic unrest at Mt. Spurr in 2004-2005 inferred from repeated tomography // *Scientific Reports*. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — DOI: [10.1038/s41598-018-35453-w](https://doi.org/10.1038/s41598-018-35453-w).
- Koulakov I., West M., Izbekov P. Fluid ascent during the 2004-2005 unrest at Mt. Spurr inferred from seismic tomography // *Geophysical Research Letters*. — 2013. — Vol. 40, no. 17. — P. 4579–4582. — DOI: [10.1002/grl.50674](https://doi.org/10.1002/grl.50674).
- Kumagai H., Chouet B. The complex frequencies of long-period seismic events as probes of fluid composition beneath volcanoes // *Geophysical Journal International*. — 1999. — Vol. 138, no. 2. — F7–F12. — DOI: [10.1046/j.1365-246x.1999.00911.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.1999.00911.x).
- Kumagai H., Chouet B. The dependence of acoustic properties of a crack on the resonance mode and geometry // *Geophysical Research Letters*. — 2001. — Vol. 28, no. 17. — P. 3325–3328. — DOI: [10.1029/2001gl1013025](https://doi.org/10.1029/2001gl1013025).
- Kurzon I., Lyakhovskiy V., Lensky N. G., *et al.* Forcing of seismic waves traveling through a bubbly magma // *AGU Fall Meeting Abstracts*. Vol. 2005. — New York, 2005. — V53A–1535.
- Kurzon I., Lyakhovskiy V., Navon O., *et al.* Pressure waves in a supersaturated bubbly magma // *Geophysical Journal International*. — 2011. — Vol. 187, no. 1. — P. 421–438. — DOI: [10.1111/j.1365-246x.2011.05152.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2011.05152.x).
- Lamb O., Lamur A., Díaz-Moreno A., *et al.* Disruption of Long-Term Effusive-Explosive Activity at Santiaguito, Guatemala // *Frontiers in Earth Science*. — 2019. — Vol. 6. — P. 1–14. — DOI: [10.3389/feart.2018.00253](https://doi.org/10.3389/feart.2018.00253).
- Landau L. D., Lifshitz E. M. Theoretical physics: textbook. Hydrodynamics. Vol. 6. — Moscow : Science.Fizmatlit, 1988. — P. 736. — (in Russian).
- Lavallée Y., Dingwell D., Johnson J., *et al.* Thermal vesiculation during volcanic eruptions // *Nature*. — 2015. — Vol. 528, no. 7583. — P. 544–547. — DOI: [10.1038/nature16153](https://doi.org/10.1038/nature16153).
- Lebedev E. B., Khitarov N. I. Physical properties of magmatic melts. — Moscow : Science, 1979. — P. 200. — (in Russian).
- McNutt S. Volcanic Seismology // *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. — 2005. — Vol. 33, no. 1. — P. 461–491. — DOI: [10.1146/annurev.earth.33.092203.122459](https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122459).
- Neuberg J., Tuffen H., Collier L., *et al.* The trigger mechanism of low-frequency earthquakes on Montserrat // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. — 2006. — Vol. 153, no. 1/2. — P. 37–50. — DOI: [10.1016/j.jvolgeores.2005.08.008](https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2005.08.008).
- Nishimura T., Hamaguchi H., Ueki S. Source mechanisms of volcanic tremor and low-frequency earthquakes associated with the 1988–1989 eruptive activity of Mt Tokachi, Hokkaido, Japan // *Geophysical Journal International*. — 1995. — Vol. 121, no. 2. — P. 444–458. — DOI: [10.1111/j.1365-246x.1995.tb05725.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1995.tb05725.x).
- Ohmi S., Obara K. Deep low-frequency earthquakes beneath the focal region of the Mw 6.7 2000 Western Tottori earthquake // *Geophysical Research Letters*. — 2002. — Vol. 29, no. 16. — P. 1–4. — DOI: [10.1029/2001gl1014469](https://doi.org/10.1029/2001gl1014469).
- Ozerov A., Ispolatov I., Lees J. Modeling Strombolian eruptions of Karymsky volcano, Kamchatka, Russia // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. — 2003. — Vol. 122, no. 3/4. — P. 265–280. — DOI: [10.1016/s0377-0273\(02\)00506-1](https://doi.org/10.1016/s0377-0273(02)00506-1).
- Parovik R., Shakirova A., Firstov P. Mathematical model of the stick-slip effect for describing the "drumbeat" seismic regime during the eruption of the Kizimen volcano in Kamchatka // *Proceedings of the II International Conference on Advances in Materials, Systems and Technologies. (CAMSTech II 2021)*. Vol. 2467. — AIP Publishing, 2022. — P. 080015. — DOI: [10.1063/5.0092351](https://doi.org/10.1063/5.0092351).
- Persikov E. S. Viscosity of magmatic melts. — Moscow : Science, 1984. — P. 159. — (in Russian).
- Radionov A. A. About small fluctuations of magma in the feeding system of the volcano // *News of universities. North Caucasian region. Natural Sciences*. — 2020. — 1 (205). — P. 78–84. — DOI: [10.18522/1026-2237-2020-1-78-84](https://doi.org/10.18522/1026-2237-2020-1-78-84). — (in Russian).
- Scharff L., Hort M., Gerst A. The dynamics of the dome at Santiaguito volcano, Guatemala // *Geophysical Journal International*. — 2014. —

- Vol. 197, no. 2. — P. 926–942. — DOI: [10.1093/gji/ggu069](https://doi.org/10.1093/gji/ggu069).
- Shakirova A. A., Firstov P. P., Parovik R. I. Phenomenological model of generation of "Drumbeats" seismic regime earthquakes that accompanied the Kizimen volcano eruption in 2011-2012 // Vestnik KRAUNTS. Physical and mathematical sciences. — 2020. — Vol. 33, no. 4. — P. 86–101. — DOI: [10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101](https://doi.org/10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101). — (in Russian).
- Tikhonov A. N., Samarsky A. A. Equations of Mathematical Physics. — Moscow : Science, 1966. — P. 724. — (in Russian).
- Webb S. Silicate melts: Relaxation, rheology, and the glass transition // Reviews of Geophysics. — 1997. — Vol. 35, no. 2. — P. 191–218. — DOI: [10.1029/96rg03263](https://doi.org/10.1029/96rg03263).