

# РЕЗУЛЬТАТЫ СОВМЕСТНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННОГО И ТЕПЛООВОГО ПОЛЕЙ УРАЛЬСКОГО РЕГИОНА

П. С. Мартышко<sup>\*1</sup> , И. В. Ладовский<sup>1</sup> , Д. Д. Бызов<sup>1</sup> 

<sup>1</sup>Институт геофизики им. Ю. П. Булашевича УрО РАН, Екатеринбург, Россия

\* Контакт: П. С. Мартышко, pmart3@mail.ru

Реализован метод решения задач сопряжения для уравнения Пуассона, позволяющий интерпретировать потенциальные поля (гравитационное и стационарное тепловое) на основе унифицированных сеточных алгоритмов. Разработан численный алгоритм пересчета мантийной составляющей теплового потока от уровня земной поверхности к границе «кора–мантия» через неоднородную по теплопроводности слоистую среду. В измеренные значения градиента температуры и теплового потока для северных территорий введены палеоклиматические поправки. В осевой части Уральской геосинклинали удалось исключить отрицательную депрессию мантийной составляющей теплового потока, полученную по результатам геотермического моделирования; учет плейстоцен-голоценового потепления предшествующего межледникового палеоклиматического цикла приводит к положительным значениям теплового потока, пересчитанного на границу «кора–мантия». Показано, что использование данных о тепловом потоке позволяет значительно повысить геологическую информативность гравитационного моделирования.

**Ключевые слова:** Стационарный тепловой поток, кусочно-однородная слоистая среда, условия теплового сопряжения, интегральная формула Грина, разделение потока на составляющие от источников земной коры и верхней мантии

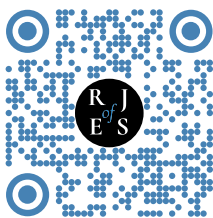
**Цитирование:** Мартышко, П. С., Ладовский И. В., Бызов Д. Д. Результаты совместной интерпретации гравитационного и теплового полей Уральского региона // Russian Journal of Earth Sciences. — 2023. — Т. 23. — ES5002. — DOI: 10.2205/2023es000855 — EDN: HEETEZ

## Введение

Интерпретация тепловых полей и ее геолого-геофизическая информативность проявляется в сопоставлении расчетных и «наблюденных» значений тепловых потоков, редуцированных на верхнюю изотермическую граничную плоскость «нейтрального» слоя. Накопленный массив данных о поверхностных тепловых потоках и сопутствующий им картографический материал находятся в открытом доступе и могут использоваться для всестороннего геотермического анализа, с возможностью виртуальной корректировки при сопоставлении с результатами математического моделирования.

Методическая часть настоящей работы подразумевает совместную количественную интерпретацию тепловых и гравитационных полей с практической целью: рассчитать для территории Полярного и Приполярного Урала мантийную составляющую глубинного теплового потока и увязать характер ее распределения с особенностями тектонического строения нижних горизонтов земной коры.

Геотермическая модель верхней части неоднородной литосферы рассчитывается на сеточном шаблоне трехмерного распределения плотности [Martyshko et al., 2019]. Ее размеры соответствуют трехмерной плотностной модели, построенной в пределах градусной трапеции 60°–68° с.ш., 48°–72° в.д. до глубины 80 км. Трехмерные распределения теплофизических параметров (тепогенерации и теплопроводности) пересчитываются по базе послонных сеточных матриц плотности  $\rho_k(x, y)$  и данных



<https://elibrary.ru/heetez>

Получено: 19 апреля 2023 г.

Принято: 3 июля 2023 г.

Опубликовано: 25 декабря 2023 г.



© 2023. Коллектив авторов.

статистической зависимости «плотность – теплогенерация» и «плотность – теплопроводность». Их конфигурация образует пространственные формы, соответствующие блочной структуре распределения источников теплогенерации  $Q_k(x, y)$  в земной коре и послойному распределению коэффициента теплопроводности  $\lambda_k(x, y)$  в коре и мантии [Ladovskii et al., 2020].

### Основные формулы аналитического алгоритма

Методы количественной интерпретации стационарных тепловых и гравитационных полей, которые описываются уравнением Пуассона, очень близки. Коэффициенты (и свободные члены) соответствующих уравнений аппроксимируются распределением плотностных и теплофизических параметров неоднородной среды. В задаче гравиметрии не предусмотрена явная постановка граничных условий, кроме асимптотических. В связи с чем, ее решение записывается напрямую в виде интеграла Пуассона по области сосредоточения аномальных масс.

В геотермических моделях стационарных температур в решении необходимо учитывать два типа граничных условий. Это односторонние условия Дирихле–Неймана на внешних границах слоисто-неоднородного пласта и двусторонние условия теплового сопряжения на его внутренних границах. В практике применения мы разделили внутренние и внешние граничные условия и разработали новый аналитический метод решения задачи теплового сопряжения, как граничной задачи теории потенциала. В результате был построен алгоритм расчетов, близкий по технологии к вычислительным схемам количественной интерпретации гравитационных аномалий.

### Геометрия математической модели

Определим метрические и теплофизические параметры геотермической модели слоистой среды с кусочно-однородным распределением коэффициента теплопроводности  $\lambda$  и интегрируемой функцией тепловых источников  $Q$ . Модельная (расчетная) область  $D$  представляет собой пласт бесконечного простираения мощности  $H$  с горизонтальными границами внешнего обрамления. В системе прямоугольных координат  $(X) = (x, y, z)$  горизонтальная плоскость  $(x, 0, y)$  совпадает с верхней граничной плоскостью, ось  $(0, z)$  направлена вертикально вниз по глубине пласта. Верхняя граница  $S_0 : (z = 0)$  условно принята за уровень земной поверхности, точнее за изотермическую граничную плоскость в «нейтральном» слое; нижняя граница  $S_H : (z = H)$  – вспомогательная адиабатическая плоскость задания внешней (восходящей) составляющей глубинного теплового потока. Внутренние граничные поверхности  $S_k : (z = z_k(x, y))$ ;  $(k = 1 \dots M)$  разделяют область  $D$  на  $(M + 1)$  криволинейных слоев. Выше границы  $S_k$  теплопроводность постоянна и равна  $\lambda_k$ ; ниже равна  $\lambda_{k+1}$ . Из семейства внутренних контактных границ особо выделена граница  $S_M : (z = z_M(x, y))$  – граница раздела «кора–мантия» («М», или поверхность Мохо). Выше границы «М», т.е. только в земной коре, сосредоточены эндогенные источники тепла  $Q_k$ ; их плотность  $Q(X) = \bigcup_{(k)} Q_k$  предполагается интегрируемой.

### Редукция условий теплового сопряжения

Принцип редукции Дюамеля предписывает включение граничных условий в операторную часть дифференциального уравнения [Тихонов и Самарский, 1999]. В его основе лежит функциональное представление разрывного коэффициента обратной теплопроводности слоистой среды с последующим переходом к дифференциальным операциям в континуальном пространстве обобщенных функций.

Обобщенно-непрерывный оператор для уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами порождает уравнение Пуассона с двумя типами источников в его правой части:

$$\nabla^2 T = -\nabla \left( \frac{1}{\lambda} \right) \cdot q - \left( \frac{1}{\lambda} \cdot Q \right). \quad (1)$$

Объемные источники  $[Q(X)/\hat{\lambda}(X)]$  – источники первичного поля для модели слоисто-неоднородного пласта; поверхностные источники  $[\nabla(1/\hat{\lambda}) \cdot \mathbf{q}]$  – это вторичные источники эквивалентного простого слоя, с подлежащей определению поверхностной плотностью.

Разрыв функции обратной теплопроводности слоистой среды преобразует градиентный член в уравнении (1) в формат источников эквивалентного простого слоя:

$$v_k(S_k) = -\mathbf{N}_k \cdot \left( \frac{\mathbf{q}}{\lambda_{k+1}} - \frac{\mathbf{q}}{\lambda_k} \right) = \mathbf{N}_k \cdot (\nabla T_{k+1} - \nabla T_k) = 2\varepsilon_k(\mathbf{N}_k \cdot \nabla T). \tag{2}$$

Здесь  $(\mathbf{N}_k \cdot \nabla T)$  – прямое значение нормальной составляющей градиента температуры на поверхности  $S_k$ , равное полусумме Дирихле его лево- и правосторонних значений;  $\varepsilon_k$  – параметр теплопроводной контрастности  $k$ -го и  $(k + 1)$ -го сопредельных слоев:

$$2\mathbf{N}_k \cdot \nabla T = \mathbf{N}_k (\nabla T_{k+1} + \nabla T_k); \quad \varepsilon_k = (\lambda_k - \lambda_{k+1}) / (\lambda_k + \lambda_{k+1}).$$

Двусторонние условия теплового сопряжения в формате простого слоя (2) заложены в обобщенно непрерывный оператор редуцированного уравнения теплопроводности (1):

$$\nabla^2 T - \sum_{k=1}^M v_k(S_k) \cdot \|\nabla \Phi_k\| \cdot \delta(\Phi_k) + \frac{Q(X)}{\lambda(X)} = 0, \tag{3}$$

где  $\nabla \Phi_k$  – градиент уравнения границы. Для замыкания области решения уравнения (3) достаточно постановки односторонних условий на внешних границах  $S_0$  и  $S_H$  неоднородного пласта:

$$T(X) \Big|_{X \in S_0} = \theta(S_0); \quad (\mathbf{N}_{S_H} \cdot \nabla T) \Big|_{X \in S_H} = \mu(S_H). \tag{4}$$

Здесь  $\theta(S_0) = \theta_0$  – постоянная температура на верхней границе пласта ( $S_0 : z = 0$ );  $\mu(S_H)$  – геотермический градиент на его нижней границе ( $S_H : z = H$ ).

Стационарность краевого режима обеспечивает верхнее граничное условие постоянства температуры (внутренняя задача Дирихле) и нижнее – по восходящему глубинному тепловому потоку (внутренняя задача Неймана). Условие Неймана опосредованно учитывает стационарный теплообмен на границе «кора–мантия». Если температура в «нейтральном слое» равна нулю, а поток тепла через нижнюю границу пласта отсутствует, то смешанные условия внутренней краевой задачи становятся однородными.

*Интегральная формула задачи сопряжения для слоистого пласта*

Совокупность интегральных преобразований свертки редуцированного уравнения (3) образует линейное подпространство обобщенных функций. Ядром преобразования является функция Грина, структура и вид которой находятся из граничных условий (4) однородной задачи Дирихле–Неймана.

Пусть  $A(X)$  – параметрическая точка вычисления поля внутри пласта,  $C(X)$  – точка локализации источников и  $P_k(X)$  – точка на контактной поверхности  $S_k$ . Функция Грина  $G(A, C)$  приравнивается к потенциалу точечного источника внутри однородного пласта с однородными граничными условиями Дирихле–Неймана на его замкнутой внешней поверхности  $S_0 \cup S_H$ . Выполнив преобразования, предписанные интегральной формулой Грина [Владимиров и Жаринов, 2000; Тихонов и Самарский, 1999], выделим из общего решения две составляющие для температуры. Это потенциал первичного поля тепловых источников и вторичный потенциал источников простого слоя [Ladovskii et al., 2020]:

$$T(A) = W(A) - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^M \iint_{S_k} v_k(S_k) G(A, P_k) dS_k. \tag{5}$$

Здесь  $W(A)$  – аддитивное решение для температуры в «грави-термическом» приближении, заданное суммой внутренних  $Q/\lambda$  (коровых) и внешних  $\mu(H)$  (мантийных) источников теплового поля:

$$W(A) = \theta_0 + \frac{1}{4\pi} \iiint_D \frac{Q(C)}{\lambda(C)} G(A, C) d\tau_C + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_H} \mu(P_H) G(A, P_H) dS_H. \quad (6)$$

Неизвестные плотности простых слоев  $v_k(S_k)$  для вторичной составляющей потенциала (5) можно найти из системы интегральных уравнений (2). В приближении малого контраста теплопроводностей сопредельных слоев систему уравнений (2) заменяет список интегральных формул:

$$v_k(S_k) = 2\varepsilon_k (\mathbf{N}_k \cdot \nabla_{P_k}) W(P_k). \quad (7)$$

Неявное решение для температуры (5) в линейном по  $\varepsilon$  приближении (7) принимает тот же вид интегральной свертки с аддитивной структурой, что и первичный потенциал (6):

$$T(A) = \frac{1}{4\pi} \iiint_D \frac{Q(\tau_C)}{\lambda(\tau_C)} K(A, C) dV_C + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_H} \mu(P_H) K(A, P_H) dS_H. \quad (8)$$

Но в отличие от функции Грина  $G(A, C)$  для однородного пласта, ядро  $k(A, C)$  преобразующего оператора (10) учитывает рефракцию теплового поля на всех внутренних границах слоистого пласта:

$$K(A, C) = G(A, C) - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^M \varepsilon_k \iint_{S_k} G(A, P_k) \cdot (\mathbf{N}_k \cdot \nabla_{P_k}) G(P_k, C) dS_{P_k}. \quad (9)$$

При небольших контрастах теплопроводности слоев (для литологических разностей горных пород относительная теплопроводность не более 1,1–1,5 ед.) модельные тепловые поля, как и гравитационные, удовлетворяют общему принципу суперпозиции. Это позволяет из общего решения задачи для температур и тепловых потоков выделить эндогенные аномалии от тепловых источников в земной коре и рефрагированные аномалии глубинного (мантийного) теплового потока.

#### Модельный тепловой поток

В работе [Ladovskii et al., 2020] предложен детерминированный и наглядный способ вычисления глубинной составляющей теплового потока на границе «кора–мантия». Способ основан на решении обратной задачи аналитического продолжения тепловых полей с граничного уровня земной поверхности на требуемую глубину. Тепловой поток, вычисленный на земной поверхности (в плоскости «нейтрального слоя»), служит искомой функцией в прямой задаче геотермии; с ней сопоставляется вертикальная составляющая наблюдаемого потока.

Восходящая составляющая теплового потока на поверхности  $S_i$  анти направлена к оси глубин; ее знак считается положительным:

$$q(A_i) = -(\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{q}(A_i)) = +\lambda_i (\mathbf{N}_i \cdot \nabla_{A_i}) T(A_i).$$

На земной поверхности  $S_0 : A_i = A_0(x, y, 0)$ . При этом оператор поверхностного градиента температуры вычисляется из предельного соотношения:

$$(\mathbf{N}_i \cdot \nabla_{A_i}) T(A_i) \Big|_{z_{A_i} \rightarrow 0} = (\mathbf{N}_0 \cdot \nabla_{A_0}) T(A_0).$$

Как и в формуле для температуры (8), суммарный тепловой поток разделяется на составляющие от источников радиогенной теплогенерации  $Q$  в земной коре и от поверхностных источников  $\mu$  с подошвы мантийного слоя,  $q(A_0) = q_Q(A_0) + q_\mu(A_0)$ :

$$q_Q(A_0) = \frac{\lambda_1}{4\pi} (\mathbf{N}_0 \cdot \nabla_{A_0}) \iiint_D \frac{Q(C)}{\lambda(C)} K(A_0, C) dV_C, \tag{10}$$

$$q_\mu(A_0) = \frac{\lambda_1}{4\pi} (\mathbf{N}_0 \cdot \nabla_{A_0}) \iint_{S_H} \mu(P_H) K(A_0, P_H) dS_H. \tag{11}$$

Вертикальная производная контактной функции Грина  $K'_z(A_0, C) = K'_z(0, C)$  является ядром интегральной формулы прямой задачи для расчета поверхностного теплового потока (10) от источников земной коры; примем ее за коровую составляющую потока. Производная  $K'_z(A_0, P_H) = K'_z(0, H)$  входит в ядро интегрального оператора (11) для вычисления мантийной составляющей поверхностного потока на верхней граничной плоскости. На нижней граничной плоскости  $z = H$  восходящий тепловой поток  $q_\mu(H) = \lambda_{M+1} \cdot \mu(P_H)$  не является известной функцией. Но «след» этой функции однозначно проявляется в решении для верхней границы пласта – плоскости, на которой заданы редуцированные значения «наблюденного» теплового потока. Разность между «наблюденным» и модельным тепловым потоком от источников теплогенерации в земной коре приравнена к целевой функции подбора обратной задачи аналитического продолжения гармонических функций. Полагая  $q_Q(A_0) + q_\mu(A_0) = q_{\text{observ}}$ , получаем интегральное уравнение относительно граничной составляющей глубинного теплового потока:

$$q_\mu(A_0) = q_{\text{observ}} - q_Q(A_0) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_{M+1}} (\mathbf{N}_0 \cdot \nabla_{A_0}) \iint_{S_H} K(A_0, P_H) q_\mu(P_H) dS_H. \tag{12}$$

Правая часть выражения (12) является интегральным оператором типа свертки прямого пересчета поля  $q_\mu(P_H)$  с уровня  $z = H$  «на высоту»  $z = 0$ . Инверсия интегрального оператора (12) дает решение обратной задачи аналитического продолжения мантийной составляющей теплового потока через слоисто-неоднородную среду с уровня земной поверхности на нижнюю граничную плоскость  $z = H$ . Последующий пересчет поля  $q_\mu(P_H)$  вверх на криволинейную границу  $z = z_M(x, y)$ ,  $A_M = A(x, y, z_M)$ , реализуется (как решение прямой задачи) по аналогу интегральной формулы (11):

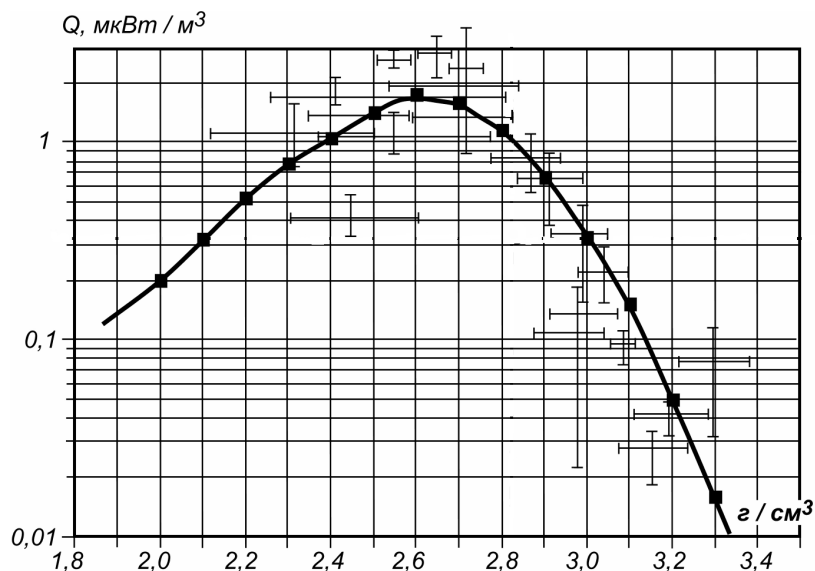
$$q_\mu(A_M) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\lambda_M}{\lambda_{M+1}} (\mathbf{N}_M \cdot \nabla_{A_M}) \iint_{S_H} K(A_M, P_H) q_\mu(P_H) dS_H. \tag{13}$$

Формулы пересчета (11)–(13) позволяют исключить граничное условие Неймана по тепловому потоку из решения прямой задачи и выразить поток  $q_\mu(A_M)$  на кровле верхней мантии через его значение  $q_\mu(A_0)$  на поверхности Земли.

**Выбор соотношения плотность–теплогенерация**

Как правило, в литературе эмпирическое соотношение между плотностью и теплогенерацией задано в виде таблиц (или графиков) с указанием пределов возможных погрешностей. Маркеры точек представляют из себя «крест» интервальных погрешностей. Средняя точка интервалов принимается за интерпретируемые значения. Вариация обоих параметров значительная (по факту, она может достигать 50%). Соответственно, вычисленные значения потоков по «облаку» исходных данных могут отличаться более чем в два раза. Это объективная информация, и без предварительной фильтрации эмпирических значений плотности и теплогенерации нельзя подходить к практическим задачам «термо-плотностного» моделирования.

Для различных геологических провинций и тектонических структур (на континентах) облако точек физических параметров и их статистические зависимости будут разные. В качестве демонстрационного примера мы привели данные ВСЕГЕИ по Балтийскому щиту (см. рис. 1). Этот графический материал приводится без ссылки на источник, так как получен нами из устного сообщения в середине 90-х годов прошлого века.



**Рис. 1.** Сглаженное распределение «плотность–теплогенерация» с указанием интервала абсолютных погрешностей в некоторых точках.

Аналогичные, в том числе и мировые, данные можно найти в работах Артемьевой [Artemieva, 2009; Artemieva and Mooney, 2001], Хуторского [Khutorskoi and Polyak, 2016], Гордиенко и Павленковой [Gordienko and Pavlenkova, 1985], Кутаса [Kumas, 2014; Kumas и Гордиенко, 1971], Хачая [Хачай и Дружинин, 1996], Кукконена [Kukkonen et al., 1997], Сальникова [Сальников, 1984] Головановой [Голованова, 2005], Щапова [Щапов, 2000; Щапов и др., 2004], Дучкова [Дучков и Соколова, 1997], Crough и Thompson [Crough and Thompson, 1976] и многих других. Самые ценные данные, на наш взгляд, получены «in situ» по результатам плотностного и спектрометрического каротажа скважин и на образцах горных пород. Данные получены при перекрестной компиляции материалов из указанных статей.

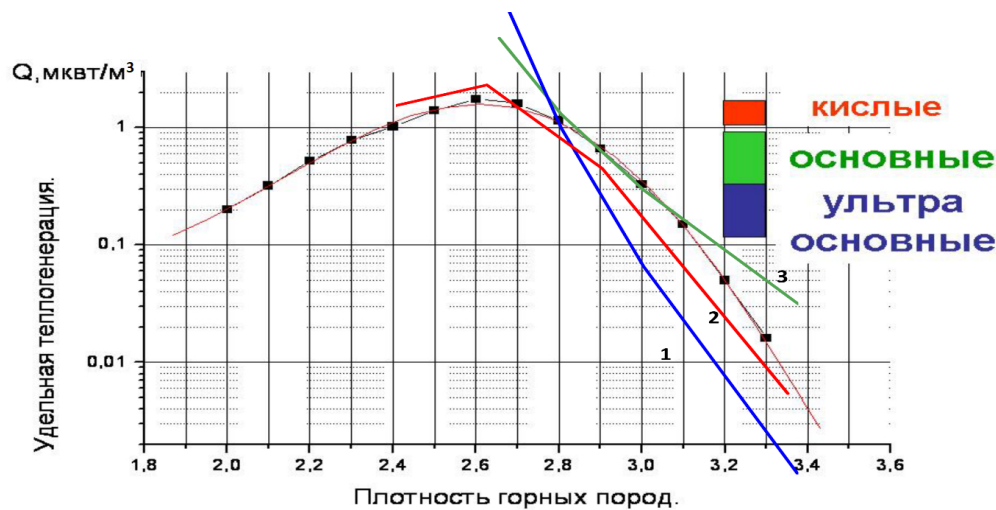
Другой путь – поиск опосредованных связей между теплофизическими параметрами и скоростью распространения сейсмических волн. Здесь следует обратить внимание на пионерские работы Гордиенко и Павленковой [Gordienko and Pavlenkova, 1985]. Модельная плотность верифицируется по гравитационному полю; скорости распространения продольных и поперечных волн берутся с разрезов по профилям ГСЗ. Связь «скорость–плотность» аппроксимируется кусочно-линейной функцией. Ее параметры определяются из уравнений регрессии по скоростным интервалам.

Первоначально необходимый этап – построение объемной плотностной модели с использованием сейсмических профилей. Мы использовали данные по Уральскому региону, ориентируясь на работы Кашубина и Дружинина. Использовались данные Баженовской геофизической экспедиции и, частично, фрагменты геотраверсов центра «ГЕОН». По каждому из разрезов решалась линейная обратная задача гравиметрии с целью уточнения величин регрессионных коэффициентов. После чего моделировалось трехмерное распределение плотности в земной коре и верхней мантии. По алгоритму нашей методики [Martyshko et al., 2021] сеточное решение обратной задачи гравиметрии будет единственным. При этом есть основание предполагать, что суммарные погрешности в массиве данных «скорость–плотность» для промежуточной плотностной модели можно не учитывать, поскольку расчетное гравитационное поле совпадает

с наблюдаемым. Этот умоглядный критерий тестового примера вполне достаточен с физической точки зрения.

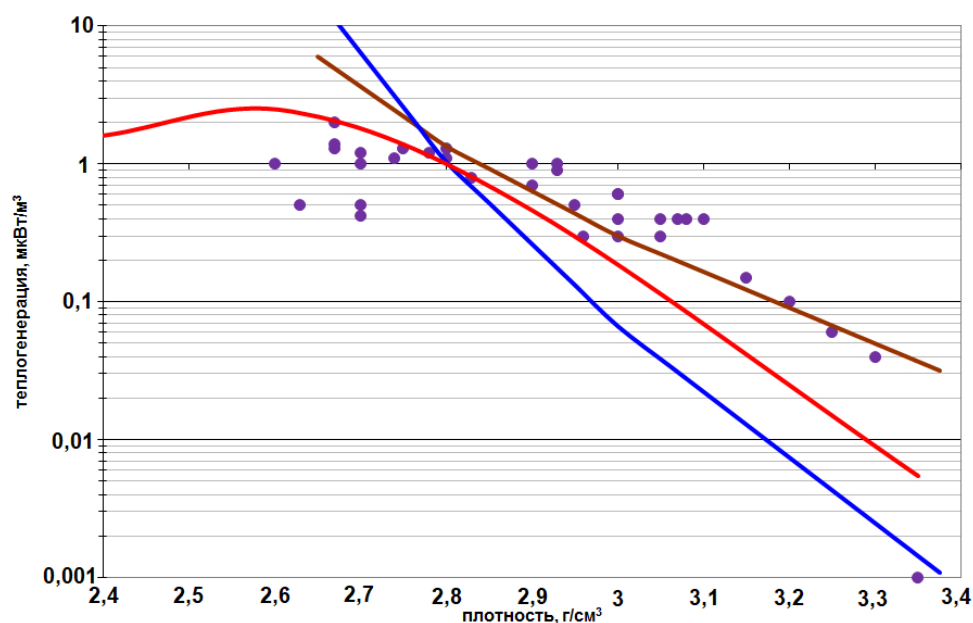
Подобранное трехмерное распределение плотности было использовано для пересчета в теплофизические параметры и построения стационарной тепловой модели земной коры. По возможности данные выборки следует приурочить к региону исследований. Для Урала мы использовали обобщающее распределение Ю. П. Булашевича [Булашевич, 1983; Булашевич и Шапов, 1983], с ориентировкой на фактические данные Шапова [Шапов, 2000; Шапов и др., 2004] и Головановой [Голованова, 2005]. Отдельные элементы выборки теплофизических параметров и фрагменты трехмерной тепловой модели были сопоставлены с результатами геотермического моделирования по южным уральским профилям «Гранит» и «Троицкий» [Хачай и Дружинин, 1996; Kikkonen et al., 1997].

Последовательная связь «теплогенерация–плотность–скорость» применяется в теоретических расчетах при построении региональных геотермических моделей по сейсмическим профилям. Обычно сравниваются две зависимости, принятые для вулканогенных и метаморфических пород [Cermak et al., 1990; Gordienko and Pavlenkova, 1985]. Первая – это зависимость Рибача, составленная по мировым данным [Rybach and Buntebarth, 1982]; вторая – зависимость Гордиенко для Украинского щита [Гордиенко, 1980]. Они изменяются от наибольших значений, характерных для пород гранитного состава, до минимальных величин, отличающих ультраосновные породы. Нисходящий тренд этих зависимостей разный, и, если допустить, что они построены по выборкам стохастических переменных, то тогда наиболее вероятной оценкой этих распределений будет «среднее». Такое среднее мы выбрали для пород Уральского региона [Булашевич, 1983]. На рис. 2 нанесены три рассмотренных типа теоретических зависимостей «теплогенерация–плотность» в сопоставлении со сглаженными экспериментальными данными ВСЕГЕИ.



**Рис. 2.** Модельные зависимости «теплогенерация–плотность»: 1 – зависимость Рибача по мировым данным; 2 – зависимость Булашевича для уральских пород; 3 – зависимость Гордиенко для Украинского щита. Для сравнения квадратными маркерами обозначены данные ВСЕГЕИ для Балтийского щита.

По петрологической коллекции горных пород различной основности и вещественного состава были проанализированы интервальные значения теплогенерации и их абсолютные погрешности (относительные – не менее 50%). Сводные данные по образцам пород Южно-Уральского региона приведены в работе [Голованова, 2005] и изображены на рис. 3 (логарифмический масштаб).



**Рис. 3.** Модельные зависимости «теплогенерация–плотность»: 1 – зависимость Риббаха по мировым данным; 2 – зависимость Булашевича для уральских пород; 3 – зависимость Гордиенко для Украинского щита. Здесь же круглыми маркерами обозначены данные фактических измерений для Южно-Уральского региона [Голованова, 2005].

Для выборки на рис. 3 выбран постоянный 50% интервал относительной погрешности. В том же интервале будет меняться коровый тепловой поток. Например, при постоянной погрешности  $\Delta$  см. формулу (10):

$$\frac{\lambda_1}{4\pi} \iiint_D \frac{Q(C)(1+\Delta)}{\lambda(C)} K'_z(A_0, C) dV_C = (1+\Delta)q_Q(A_0).$$

Мы не располагаем образцом трехмерной геотермической модели, относительно которой могли бы верифицировать наши вычисления. Относительная погрешность в измеренной теплогенерации 50% дает либо «горячую», либо «холодную» кору. При этом есть два ограничивающих момента: коровый тепловой поток не может превышать наблюдаемый («горячая» кора); для всех геологических провинций в пределах указанной территории соотношение между коровым и мантийным потоком («холодная» кора) должно соответствовать оценкам потоков в простейшем случае одномерной модели. В процессе наших вычислений мы строго придерживались этих двух принципов.

### Поверхностный тепловой поток. Палеоклиматическая редукция

Приповерхностный тепловой поток вычислен авторами по результатам измерений температуры и теплопроводности в параметрических (или разведочных) скважинах глубокого бурения и привязан к разреженной градусной сети геотермических пикетов. Выборка экспериментальных данных для Северного и Приполярного Урала получена по результатам скважинных геотермических исследований В. А. Шапова и существенно дополнена сходными данными И. В. Головановой и А. Д. Дучкова [Голованова, 2005; Дучков и др., 1997; Шапов, 2000]. «Наблюдённые» 234 значения теплового потока (точнее, вычисленные по значениям поинтервально-усредненных геотермических градиентов и теплопроводностей образцов керна) пересчитаны на регулярную сетку 11 зоны картографической проекции Гаусса – Крюгера с шагом  $(10 \times 10)$  км<sup>2</sup>. Соответствующая карта в изолиниях, скомпонованная в виде трехмерной поверхности, изображена на рис. 4а.



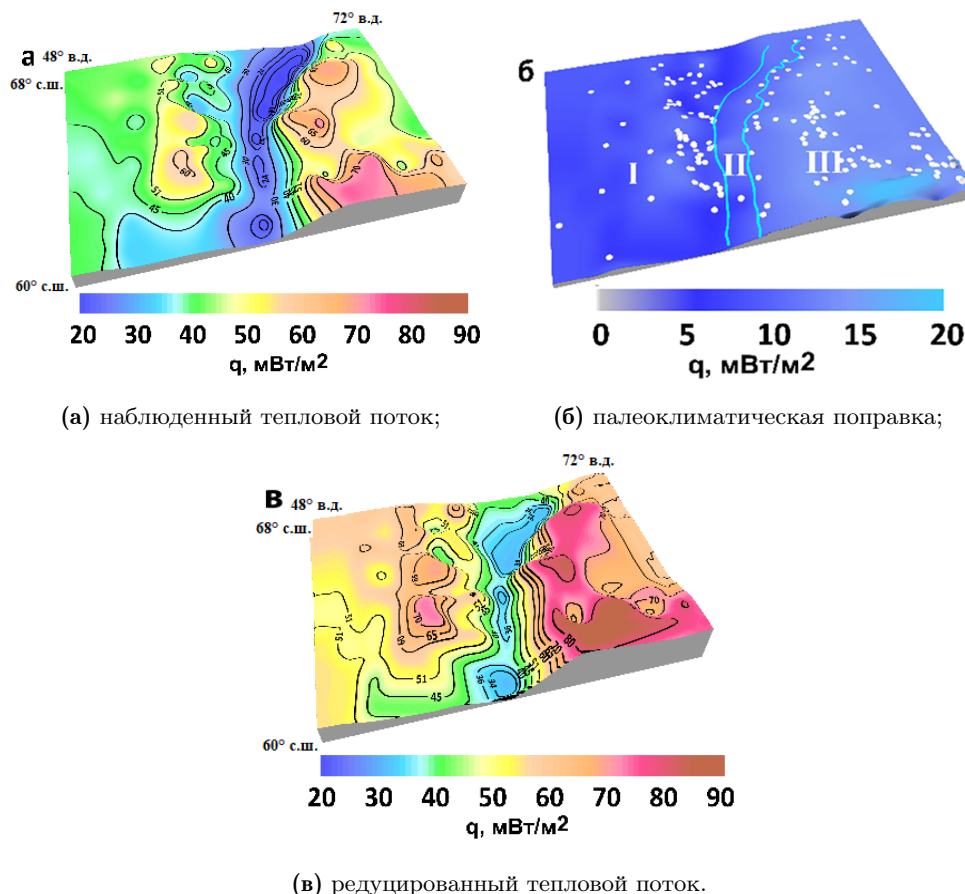


Рис. 4. Карта редуцированных значений теплового потока для северных территорий.

Изменение температуры земной поверхности в процессе чередования палеоклиматических циклов искажают геотермический градиент (и тепловой поток) по стволу скважины [Голованова и др., 2008]. Вековые колебания температуры проникают ниже «нейтрального слоя» и захватывают типичные по глубине области геотермического каротажа. Наиболее значительные вариации температурного градиента вызваны юрмгоценовым потеплением (около 10 000 лет назад), его влияние распространяется до первых километров по глубине. Малый ледниковый период (150–600 лет назад) оказывает влияние на распределение градиента в верхних 400–500 м. В результате геотермический градиент, следовательно, и тепловой поток в этом интервале оказываются пониженными [Голованова и др., 2014]. Поправки за влияние палеоклимата в измеренный тепловой поток в изучаемом регионе введены на основе «Каталога данных по тепловому потоку Урала» [Голованова, 2005]. Все результаты объединены в три группы с учетом геолого-тектонического строения региона; по ним рассчитывались поправки в градиенты температуры, и (с учетом теплопроводности приповерхностного слоя) в тепловой поток (см. рис. 4б). Поправочные коэффициенты для Среднего Урала (отношение исправленного к измеренному потоку) мы сохранили и применили к геотермическим материалам для территории Северного и Приполярного Урала (трапеция 60°–68° с.ш., 48°–72° в.д.), по которым был составлен новый вариант карты теплового потока, исправленного за влияние палеоклимата (см. рис. 4в):

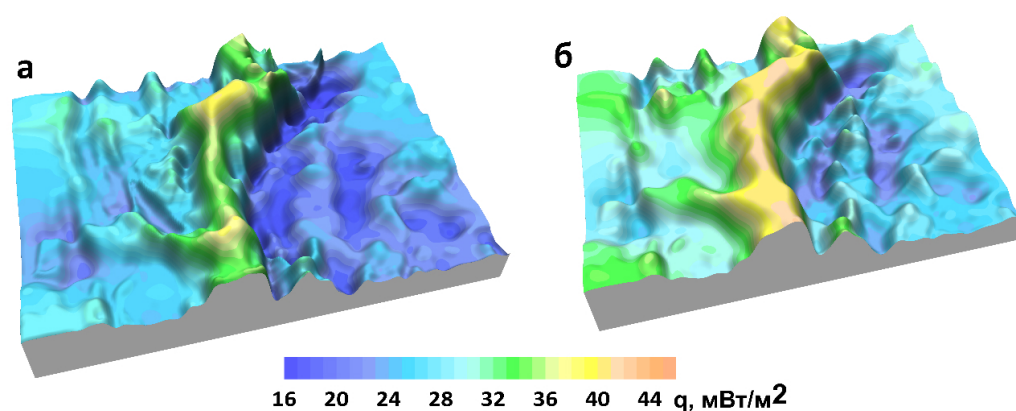
#### Тепловой поток от источников в земной коре

Прямая задача (10) вычисления поверхностной составляющей теплового потока при  $z = 0$  исходит из распределения приведенной мощности  $Q$ : трехмерного распределения источников теплогенерации  $Q$  и коэффициента теплопроводности  $\lambda$  в земной коре. Производная контактной функции Грина  $K'_z(0, C)$  полностью учитывает рефракцию теплового потока на всех внутренних границах неоднородного пласта. Поправки

в поток вводились в рамках модели трехслойной среды [Martyshko et al., 2019]: чехол ( $\lambda \approx 2$  Вт/(м·К)), кора ( $\lambda \approx 2,6$  Вт/(м·К)), мантия ( $\lambda \approx 4,2$  Вт/(м·К)).

В работе [Ladovskii et al., 2020] приведен подробный алгоритм расчета интеграла (10) для прямой задачи посредством представления производной контактной функции  $K'_z(0, C)$  в виде двойного ряда. Данный алгоритм был реализован авторами в программном обеспечении, позволяющем вести параллельные вычисления с использованием графических ускорителей NVidia. При выбранном числе элементов разбиения модели среды  $256 \times 256 \times 50$  и с числом членов ряда  $K'_z(0, C)$   $10 \times 10$  решение прямой задачи с использованием одного ускорителя NVidia Titan Black заняло чуть больше 4 часов.

Замена в интеграле (10) производной контактной функции  $K'_z(0, C)$  на производную  $G'_z(0, C)$  для однородного пласта соответствует решению задачи в гравитермическом приближении. В этом случае расчетный тепловой поток от источников в земной коре будет ниже, а время вычисления составит около 20 минут. На рис. 5 приведены оба варианта решения задачи.



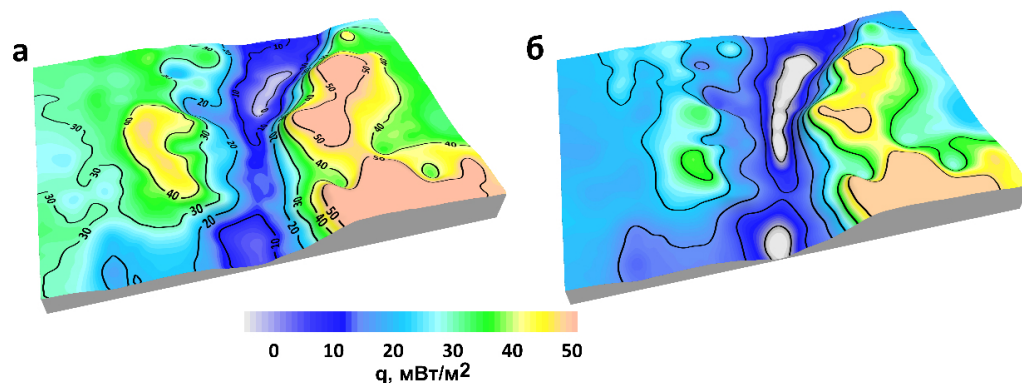
**Рис. 5.** Расчётные значения теплового потока для кристаллической коры и осадочного чехла в плоскости  $z = 0$ : а) – гравитермическое приближение для однородной модели; б) – то же, но для трёхслойной среды с учетом теплопроводной рефракции.

Поскольку границы раздела трехслойной среды заданы горизонтальными, то мы не наблюдаем значимого изменения морфологии расчетного теплового поля в варианте (б); меняется (увеличивается) только амплитуда рефрагированных аномалий.

Вклад мантийной составляющей (11) в поверхностный поток (12) равняется разности между редуцированными наблюдаемыми (см. рис. 4в) и вычисленными значениями теплового потока (см. рис. 5). Эта разность показана на рис. 6, где светлыми полутонами выделена меридиональная зона отрицательных значений мантийной составляющей теплового потока.

Отношение мантийной составляющей и полного теплового потока на уровне верхней граничной плоскости ( $z = 0$ ) можно интерпретировать как тектонический индикатор геотермического режима [Gordienko and Pavlenkova, 1985]. Для Восточно-Европейской и Тимано-Печерской платформ, Предуралья и западной части Уральской складчатой системы отношение потоков близко к нормальным значениям  $\sim (30 \div 50)\%$ . Для зоны Восточного Зауралья и примыкающей к ней части Западно-Сибирской плиты тектонический индикатор увеличивается до  $(50 \div 70)\%$ , а для областей с аномально высокими значениями полного потока достигает  $(80 \div 90)\%$ . Как правило, это наблюдается в палеозойских обнажениях, перспективных на нефть и газ, постсинклинальных складчатых орогенах или по окраинам рифтовых зон, где восходящее течение флюидов привносит дополнительный вклад в суммарный тепловой поток.

Главный Уральский разлом приурочен к западному борту Уральской геосинклинали. Здесь низкий измеренный (и редуцированный) тепловой поток, малы коровая и мантийная составляющие, а тектонический фактор не превышает 20%. Как уникальная тектоническая провинция Уральская геосинклиналь разделяет западные и более



**Рис. 6.** Разностный тепловой поток в плоскости  $z = 0$  (мантийная составляющая): а) – гравитермическое приближение для однородной модели; б) – то же, но для трёхслойной среды (чехол, кора, мантия) с учетом теплопроводной рефракции.

молодые восточные области по мантийному и суммарному тепловому потоку или же по их отношению. Депрессивная зона тепловых потоков четко выявляется в поле измеренных значений и при внесении поправок за влияние палеоклимата. Ее возникновение невозможно объяснить только изменением температуры поверхности Земли. Скорее всего, низкий редуцированный тепловой поток и незначительный вклад его составляющих (радиогенной + мантийной) связаны с особенностями глубинного строения и геологического развития региона, а основной причиной его аномальности служит низкая теплогенерация в Приуральском прогибе (Тагило-Магнитогорской зоне) [Булашевич, 1983; Булашевич и Шапов, 1978].

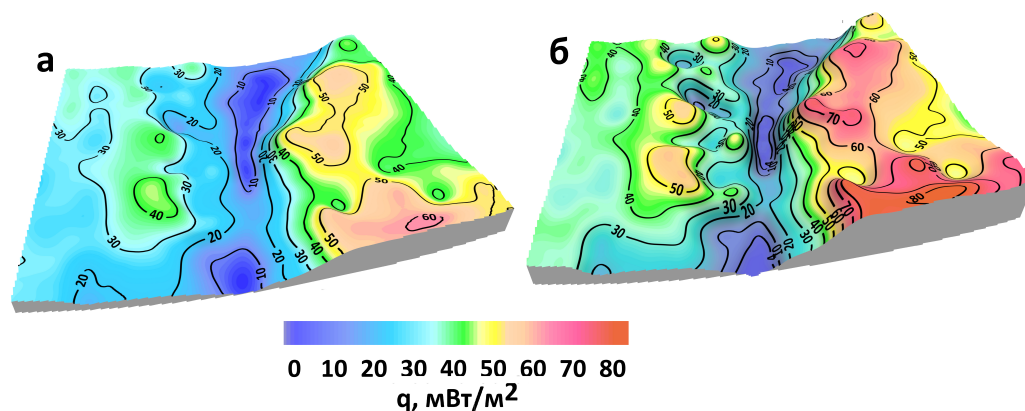
#### Мантийная составляющая теплового потока

Разделение общего теплового потока на коровую (см. рис. 5) и мантийную составляющие на верхней граничной плоскости (см. рис. 6) позволяет восстановить тепловой поток на глубинной границе «кора–мантия» и сопоставить его величину с распределением плотностных и сейсмических параметров в низах коры и верхней мантии.

Модельный тепловой поток (10) (прямая задача) от источников в земной коре вычислен в плоскости «нейтрального слоя» ( $z = 0$ ); мантийная составляющая поверхностного потока (12) (обратная задача) приравнена к разности между наблюдаемым (редуцированным) полем и полем тепловых источников в земной коре. Инверсия интегрального оператора (12) дает решение обратной задачи аналитического продолжения для мантийной составляющей теплового потока через слоисто-неоднородную среду с уровня земной поверхности на глубину в направлении источников поля. Ядром преобразования пересчетов служит функция-отклик  $K'_z(0, H)$  для модели трёхслойной среды, которая, по нашим оценкам, в полтора раза больше обычного ядра Пуассона  $G'_z(0, H)$ , включенного в модели пересчетов гравитационных полей (или тепловых потоков в «гравитермическом» приближении).

Аналитическое продолжение мантийной составляющей теплового потока на границу «кора–мантия» выполняется двумя этапами: сначала решается интегральное уравнение (12) обратной задачи относительно неизвестной составляющей потока на нижней граничной плоскости, а затем найденный глубинный поток пересчитывается по прямой интегральной формуле (13) на любую вышележащую поверхность. Последовательность пересчетов соответствует схеме  $z = 0 \xrightarrow{\text{вниз}} z = H \xrightarrow{\text{вверх}} z_M(x, y)$ . Оптимальный параметр регуляризации в задаче численного аналитического продолжения выбирается по критерию стационарности пересчета гармонических функций; он соответствует минимуму невязки исходного и пересчитанного поля с глубины  $H$  на земную поверхность. Детали сеточного алгоритма последовательных пересчетов гравитационного поля «вверх–вниз» изложены в [Martyshko et al., 2021]. Для теплового потока алгоритм

пересчета «вниз–вверх» (12)–(13) будет аналогичным. Мантийная составляющая теплового потока на верхней граничной плоскости и на глубинной границе «кора–мантия» показана на рис. 7:



**Рис. 7.** Продолжение мантийной составляющей теплового потока с уровня земной поверхности на глубину границы «кора–мантия» при оптимальном параметре регуляризации: а) – мантийная составляющая потока на уровне верхней граничной плоскости  $z = 0$ ; б) – то же на уровне границы раздела «кора–мантия»  $z = z_M(x, y)$ .

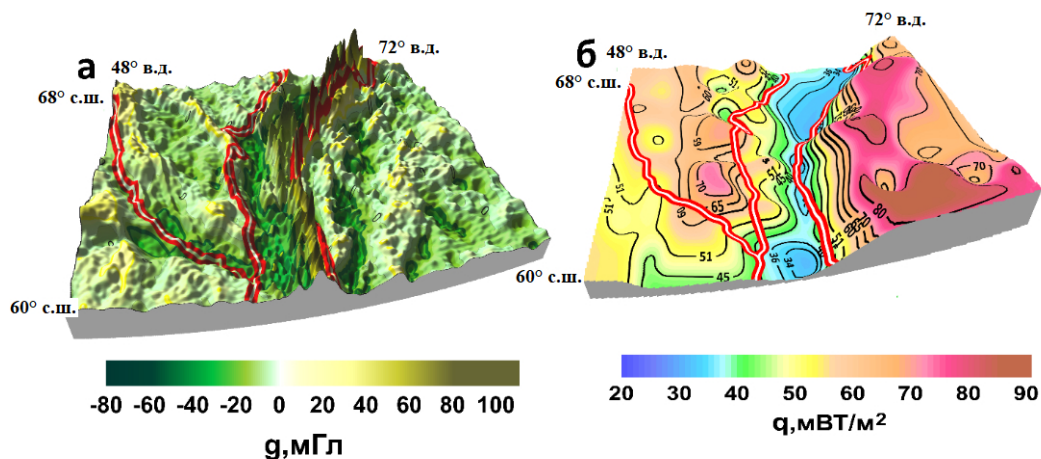
Для горизонтально-слоистой среды рельеф поля мантийного теплового потока на границе «кора–мантия» практически воспроизводит таковой на верхней граничной плоскости, но с большей амплитудой. Мантийная составляющая потока на верхней граничной плоскости при среднем значении  $37,4 \text{ мВт/м}^2$  меняется в пределах от  $5,5 \text{ мВт/м}^2$  в осевой части Уральской геосинклинали до  $65,6 \text{ мВт/м}^2$  в полосе Широтного Приобья Западно-Сибирской плиты. Разброс значений теплового потока на границе Мохо шире. При среднем значении  $40,44 \text{ мВт/м}^2$  диапазон изменений составляет от  $0,5 \text{ мВт/м}^2$  до  $82,2 \text{ мВт/м}^2$ . Заметим, что повышенные значения расчётных тепловых потоков в мантии связаны с введением положительной поправки за палеоклиматическую редукцию (в среднем 24%) в наблюдаемое тепловое поле.

### Комплексирование геофизических полей

Для осевой части геосинклинали Среднеуральского сегмента (Приуральский краевой прогиб) установлена тесная отрицательная (обратная) корреляционная связь между аномалиями гравитационного поля (Уральский супермаксимум) и экстремально низкими значениями измеренного теплового потока [Булашевич, 1983; Булашевич и Щапов, 1978; 1986]. Это следует из обратной зависимости между плотностью (основностью) пород кристаллического фундамента и их эндогенной теплогенерацией. При этом мантийная составляющая глубинного теплового потока исключается из схемы количественной интерпретации тепловых полей.

Подобная связь между аномалиями физических полей и вещественным составом горных пород установлена лишь для осевой части Приуральского краевого прогиба и не может рассматриваться как универсальная характеристика других геологических провинций. Например, для Приполярного и Северного сегментов складчатого Урала и его платформенного обрамления не обнаружена даже тенденция к обратной зависимости тепловых и гравитационных полей (см. рис. 8).

Плотностная модель литосферы северной части Уральской провинции построена до глубины 80 км – первого регионального уровня изостатической компенсации [Martysenko et al., 2019]. Та же глубина принята и для геотермической модели стационарных тепловых полей. Интенсивные гравитационные аномалии в большей степени связаны с большим перепадом плотностей в осадочных отложениях и в верхней кристаллической коре до глубины 10–15 км. Аномалии теплового потока носят интегральный характер и создаются всей толщей земной коры и верхней мантии. Поэтому на поверхности Земли

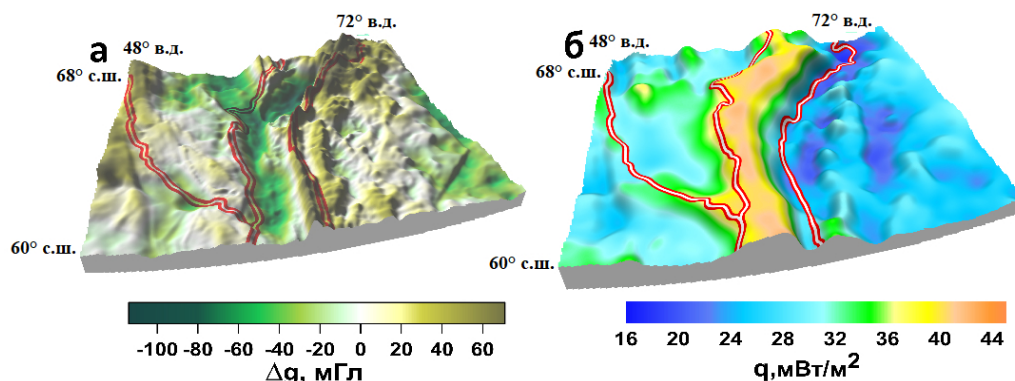


**Рис. 8.** Карта наблюдаемых аномалий гравитационного поля и редуцированного теплового потока для Северного и Приполярного Урала. Двойная красно-белая линия позиционирует тектонические границы надпорядковых структур [Тектоническая карта России, сопредельных территорий и акваторий, 2006]. Приуральский краевой прогиб приурочен к восточной части Уральской мегазоны ( $\approx 60^\circ$  в.д.).

практически не наблюдается какой-либо закономерной связи между гравитационными и тепловыми аномалиями. Облако точек стохастической зависимости, построенное по выборке исходных данных на сетке  $10 \times 10 \text{ км}^2$ , не имеет явно выраженного тренда; коэффициент линейной обратной корреляции  $r = -0,30$  не является значимым.

Коровая составляющая теплового потока рассчитывается по формуле (10) прямой задачи геотермии. Разность между наблюдаемыми и коровыми значениями потока приравнивается к его мантийной составляющей на уровне дневной поверхности – поверхности «нейтрального слоя» (см. рис. 6). Аналитическое продолжение мантийной составляющей через слоисто-неоднородную среду с уровня земной поверхности на границу «кора–мантия» показано на (см. рис. 7).

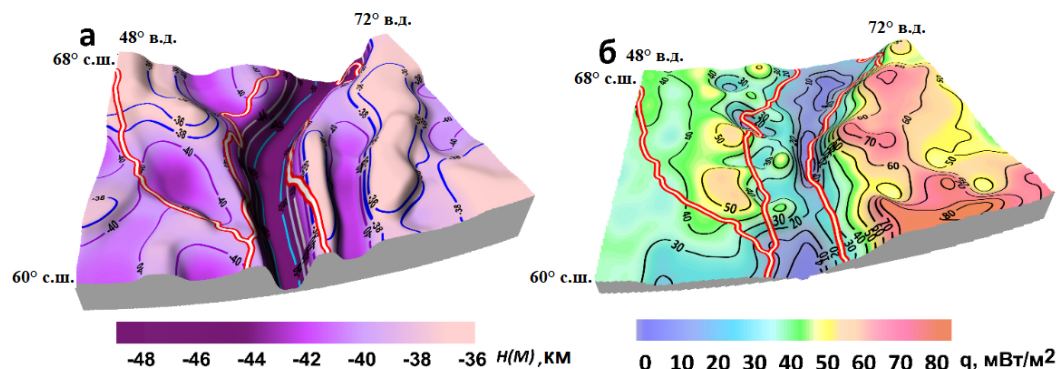
Аномалии гравитационного и теплового поля, рассчитанные по отдельным слоям плотностной и геотермической моделей, имеют более тесную стохастическую зависимость. Так, для земной коры коэффициент обратной корреляции между тепловым потоком и гравитационным полем составляет  $r = -0,69$  (см. рис. 9).



**Рис. 9.** Расчетные гравитационные аномалии (а) и величина теплового потока (б) для консолидированной коры и осадочного чехла палеозоя – мезокайнозоя.

Для мантии – коэффициент прямой корреляции мантийного потока с рельефом границы Мохо  $r = +0,71$  (см. рис. 10).

Мантийная составляющая теплового потока по границе  $M(x, y)$  воспроизводит распределение граничных мантийных скоростей и по характеру своего изменения



**Рис. 10.** Распределение граничных скоростей и рельеф кровли верхней мантии по данным ГСЗ – МОВЗ (а) и расчетное значение мантийной составляющей теплового потока (б). Теплопроводность мантии принята постоянной  $\lambda = 4 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

хорошо согласуется с формой рельефа мантийных структур. Коровая составляющая потока эндогенных тепловых источников, в общих чертах, повторяет морфологию гравитационных аномалий; мантийный тепловой поток хорошо согласуется с формой рельефа мантийных структур.

Гравитационные аномалии заданы с точностью до некоторой постоянной (или слабо переменной) составляющей регионального поля. По этой причине из решения обратной задачи гравиметрии находится лишь избыточная плотность. Плотность относимости региональной геофизической модели остается вариативным параметром. Использование данных о тепловом потоке может существенно повысить геологическую информативность гравитационного моделирования. Резко градиентная зависимость между плотностью пород земной коры ( $2,6\text{--}2,9 \text{ г}/\text{см}^3$ ) и их эффективной теплогенерацией ( $2,4\text{--}0,004 \text{ мВт}/\text{м}^3$ ) позволяет уверенно разделить подобранную плотностную модель на структурные этажи различной тепловой активности и сопоставить послонные аномалии гравитационного поля с расчетными значениями теплового потока до глубины региональной границы Мохо.

Стохастическая связь тепловых, плотностных и сейсмических параметров позволяет сопоставлять поля различной эндогенной природы и верифицировать распределение порождающих их источников в земной коре и верхней мантии.

### Заключение

Предложен метод решения задач сопряжения для уравнения Пуассона, позволяющий интерпретировать на основе единых сеточных алгоритмов потенциальные поля (гравитационное и стационарное тепловое поле). На основе 3D подобранной плотностной модели было построено слоисто-блочное распределение теплофизических параметров земной коры по статистическим выборкам «плотность–теплопроводность» и «плотность–теплогенерация». Реализован сеточный параллельный алгоритм решения прямых и обратных задач стационарной теплопроводности для геотермических моделей слоисто-неоднородных сред. Проанализирована возможность применения аддитивных схем количественной интерпретации тепловых полей. Дана оценка вклада корового и мантийного теплового потока в общий энергетический баланс литосферы Уральского региона. Измеренный тепловой поток разделен на коровую и мантийную составляющие с последующим аналитическим продолжением последней на кровлю верхней мантии. В результате установлено, что коровая составляющая потока эндогенных тепловых источников в общих чертах повторяет морфологию гравитационных аномалий; мантийный тепловой поток хорошо согласуется с формой рельефа мантийных структур.

Уральская геосинклиналь характеризуется чрезвычайно низкими значениями наблюдаемого теплового потока. Теплопроводность геотермического разреза возрастает с глубиной, в силу чего рефракция теплового поля на внутренних границах разнотеплопроводных сред (земная кора + мантия) увеличивает расчетную величину коровой

составляющей потока и уменьшает величину мантийной составляющей вплоть до отрицательных значений. Показано, что учет плейстоцен-голоценового потепления предшествующего межледникового палеоклиматического цикла приводит к положительным значениям теплового потока, пересчитанного на границу «кора–мантия». На примере Урала показано, что использование результатов интерпретации тепловых данных позволяет более четко определять тектонические границы надпорядковых структур.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках государственного задания Института геофизики имени Ю. П. Булашевича УрО РАН.

### Список литературы

- Булашевич Ю. П. Информативность геотермии при изучении земной коры Уральской эвгеосинклинали // Известия Академии наук СССР. Серия Физика Земли. — 1983. — № 8. — С. 76–83.
- Булашевич Ю. П., Шапов В. А. Геотермические особенности уральской геосинклинали // Доклады Академии наук СССР. — 1978. — Т. 243, № 3. — С. 715–718.
- Булашевич Ю. П., Шапов В. А. Геотермическая характеристика Урала // Применение геотермии в региональных и поисково-разведочных исследованиях. — Свердловск : Академия наук СССР. Уральский научный центр, 1983. — С. 3–17.
- Булашевич Ю. П., Шапов В. А. Геотермические особенности уральской геосинклинали // Доклады Академии наук СССР. — 1986. — Т. 290, № 1. — С. 173–176.
- Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики. — Москва : Физматлит, 2000. — С. 400.
- Голованова И. В. Тепловое поле Южного Урала. — Москва : Наука, 2005. — С. 190.
- Голованова И. В., Пучков В. Н., Сальманова Р. Ю. и др. Новый вариант карты теплового потока Урала, построенный с учетом влияния палеоклимата // Доклады Академии наук. — 2008. — Т. 422, № 3. — С. 394–397. — DOI: [10.1134/S1028334X08070350](https://doi.org/10.1134/S1028334X08070350).
- Голованова И. В., Сальманова Р. Ю., Тагирова Ч. Д. Методика расчета глубинных температур с учетом исправленных на влияние палеоклимата значений теплового потока // Геология и геофизика. — 2014. — Т. 55, № 9. — С. 1426–1435. — DOI: [10.1016/j.rgg.2014.08.008](https://doi.org/10.1016/j.rgg.2014.08.008).
- Гордиенко В. В. Радиогенная теплогенерация в земной коре и тепловой поток из мантии древних платформ // Геофизический журнал. — 1980. — Т. 2, № 3. — С. 29–34.
- Дучков А. Д., Соколова Л. С. Термическая структура литосферы Сибирской платформы // Геология и геофизика. — 1997. — Т. 38, № 2. — С. 494–503.
- Дучков А. Д., Соколова Л. С., Аюнов Д. Е. Электронный геотермический атлас Сибири и Дальнего Востока // Интерэкспо ГЕО-СИБИРЬ. — 1997. — Т. 2, № 3. — С. 153–157.
- Кутас Р. И. Тепловой поток и геотермические модели земной коры Украинских Карпат // Геофизический журнал. — 2014. — Т. 36, № 6. — С. 3–27.
- Кутас Р. И., Гордиенко В. В. Тепловое поле Украины. — Киев : Наукова Думка, 1971.
- Сальников В. Е. Геотермический режим Южного Урала. — Москва : Наука, 1984. — С. 88.
- Тектоническая карта России, сопредельных территорий и акваторий / под ред. Е. Е. Милановского. — Москва : МГУ, 2006.
- Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — Москва : Наука, 1999. — С. 979.
- Хачай Ю. В., Дружинин В. С. Возможности применения геотермии для восстановления динамики переходной зоны мантии Урала // Глубинное строение и развитие Урала. — Екатеринбург : Наука, 1996. — С. 298–306.
- Шапов В. А. Тепловое поле Урала // Уральский геофизический вестник. — 2000. — Т. 1. — С. 126–130.
- Шапов В. А., Бурдин Ю. Б., Большиков В. А. и др. Радиогенная теплогенерация пород Уральской эвгеосинклинали // Уральский геофизический вестник. — 2004. — № 6. — С. 116–121.
- Artemieva I. M. The continental lithosphere: Reconciling thermal, seismic, and petrologic data // Lithos. — 2009. — Vol. 109, no. 1/2. — P. 23–46. — DOI: [10.1016/j.lithos.2008.09.015](https://doi.org/10.1016/j.lithos.2008.09.015).
- Artemieva I. M., Mooney W. D. Thermal thickness and evolution of Precambrian lithosphere: A global study // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. — 2001. — Vol. 106, B8. — P. 16387–16414. — DOI: [10.1029/2000jb900439](https://doi.org/10.1029/2000jb900439).
- Cermak V., Bodri L., Rybach L., et al. Relationship between seismic velocity and heat production: comparison of two sets of data and test of validity // Earth and Planetary Science Letters. — 1990. — Vol. 99, no. 1/2. — P. 48–57. — DOI: [10.1016/0012-821x\(90\)90069-a](https://doi.org/10.1016/0012-821x(90)90069-a).

- Crough S. T., Thompson G. A. Thermal model of continental lithosphere // *Journal of Geophysical Research*. — 1976. — Vol. 81, no. 26. — P. 4857–4862. — DOI: [10.1029/jb081i026p04857](https://doi.org/10.1029/jb081i026p04857).
- Gordienko V. V., Pavlenkova N. I. Combined geothermal-geophysical models of the earth's crust and upper mantle for the European continent // *Journal of Geodynamics*. — 1985. — Vol. 4, no. 1–4. — P. 75–90. — DOI: [10.1016/0264-3707\(85\)90053-5](https://doi.org/10.1016/0264-3707(85)90053-5).
- Khutorskoi M. D., Polyak B. G. Role of radiogenic heat generation in surface heat flow formation // *Geotectonics*. — 2016. — Vol. 50, no. 2. — P. 179–195. — DOI: [10.1134/s0016852116020047](https://doi.org/10.1134/s0016852116020047).
- Kukkonen I. T., Golovanova I. V., Khachay Y. V., *et al.* Low geothermal heat flow of the Urals fold belt - implication of low heat production, fluid circulation or palaeoclimate? // *Tectonophysics*. — 1997. — Vol. 276, no. 1–4. — P. 63–85. — DOI: [10.1016/s0040-1951\(97\)00048-6](https://doi.org/10.1016/s0040-1951(97)00048-6).
- Ladovskii I. V., Martyshko P. S., Tsidaev A. G., *et al.* A Method for Quantitative Interpretation of Stationary Thermal Fields for Layered Media // *Geosciences*. — 2020. — Vol. 10, no. 5. — P. 199. — DOI: [10.3390/geosciences10050199](https://doi.org/10.3390/geosciences10050199).
- Martysenko P., Ladovskii I., Byzov D. Parallel Algorithms for Solving Inverse Gravimetry Problems: Application for Earth's Crust Density Models Creation // *Mathematics*. — 2021. — Vol. 9, no. 22. — P. 2966. — DOI: [10.3390/math9222966](https://doi.org/10.3390/math9222966).
- Martysenko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., *et al.* On solutions of forward and inverse problem for potential geophysical fields: Gravity inversion for Urals region // *Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences: 11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19*. — AIP Publishing, 2019. — DOI: [10.1063/1.5130870](https://doi.org/10.1063/1.5130870).
- Rybach L., Buntebarth G. Relationships between the petrophysical properties density, seismic velocity, heat generation, and mineralogical constitution // *Earth and Planetary Science Letters*. — 1982. — Vol. 57, no. 2. — P. 367–376. — DOI: [10.1016/0012-821x\(82\)90157-1](https://doi.org/10.1016/0012-821x(82)90157-1).



# JOINT INTERPRETATION RESULTS OF GRAVITATIONAL AND THERMAL FIELDS FOR THE URAL REGION

P. S. Martyshko<sup>\*\*1</sup>, I. V. Ladovskii<sup>1</sup>, and D. D. Byzov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute of Geophysics named after Yu. P. Bulashevich Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russia

**\*\*Correspondence to:** P. S. Martyshko, pmart3@mail.ru

A method for solving conjugation problems for the Poisson equation is implemented, which makes it possible to interpret potential fields (gravitational and stationary thermal fields) based on unified grid algorithms. A numerical algorithm has been developed for recalculating the mantle component of the heat flow from the level of the earth's surface to the "crust–mantle" boundary through a layered medium inhomogeneous in thermal conductivity. Paleoclimate corrections were introduced into the measured values of the temperature gradient and heat flux for the northern territories. In the axial part of the Ural geosyncline, it was possible to exclude the negative depression of the mantle component of the heat flow, obtained from the results of geothermal modeling; taking into account the Pleistocene-Holocene warming of the preceding interglacial paleoclimate cycle leads to positive values of the heat flow recalculated to the "crust–mantle" boundary. It is shown that the use of heat flow data can significantly increase the geological information content of gravity modeling.

**Keywords:** Stationary heat flow, piecewise homogeneous layered medium, thermal conjugation conditions, Green's integral formula, separation of the flow into components from sources of the earth's crust and upper mantle

Received: 19 April 2022

Accepted: 3 July 2023

Published: 25 December 2023



© 2023. The Authors.

**Citation:** Martyshko, P. S., I. V. Ladovskii, and D. D. Byzov (2023), Joint Interpretation Results of Gravitational and Thermal Fields for the Ural Region, *Russian Journal of Earth Sciences*, 23, ES5002, <https://doi.org/10.2205/2023ES000855> EDN: HEETEZ

## References

- Artemieva I. M. The continental lithosphere: Reconciling thermal, seismic, and petrologic data // *Lithos*. — 2009. — Vol. 109, no. 1/2. — P. 23–46. — DOI: [10.1016/j.lithos.2008.09.015](https://doi.org/10.1016/j.lithos.2008.09.015).
- Artemieva I. M., Mooney W. D. Thermal thickness and evolution of Precambrian lithosphere: A global study // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. — 2001. — Vol. 106, B8. — P. 16387–16414. — DOI: [10.1029/2000jb900439](https://doi.org/10.1029/2000jb900439).
- Bulashevich Y. P. Informativeness of geothermy in the study of the earth's crust of the Ural eugeosyncline // *Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. Series Physics of the Earth*. — 1983. — No. 8. — P. 76–83.
- Bulashevich Y. P., Shchapov V. A. Geothermal features of the Ural geosyncline // *Doklady Akademii nauk SSSR*. — 1978. — Vol. 243, no. 3. — P. 715–718.
- Bulashevich Y. P., Shchapov V. A. Geothermal characteristics of the Urals // *Use of geothermy in regional and exploration research*. — Sverdlovsk : Academy of Sciences of the USSR. Ural Scientific Center, 1983. — P. 3–17.
- Bulashevich Y. P., Shchapov V. A. Geothermal features of the Ural geosyncline // *Doklady Akademii nauk SSSR*. — 1986. — Vol. 290, no. 1. — P. 173–176.
- Cermak V., Bodri L., Rybach L., *et al.* Relationship between seismic velocity and heat production: comparison of two sets of data and test of validity // *Earth and Planetary Science Letters*. — 1990. — Vol. 99, no. 1/2. — P. 48–57. — DOI: [10.1016/0012-821x\(90\)90069-a](https://doi.org/10.1016/0012-821x(90)90069-a).

- Crough S. T., Thompson G. A. Thermal model of continental lithosphere // *Journal of Geophysical Research*. — 1976. — Vol. 81, no. 26. — P. 4857–4862. — DOI: [10.1029/jb081i026p04857](https://doi.org/10.1029/jb081i026p04857).
- Duchkov A. D., Sokolova L. S. Thermal structure of the lithosphere of the Siberian platform // *Russian geology and geophysics*. — 1997. — Vol. 38, no. 2. — P. 494–503.
- Duchkov A. D., Sokolova L. S., Ayunov D. E. Electronic geothermal atlas of Siberia and the Far East // *Interexpo GEO-SIBERIA*. — 1997. — Vol. 2, no. 3. — P. 153–157.
- Golovanova I. V. The thermal field of the Southern Urals. — Moscow : Science, 2005. — P. 190.
- Golovanova I. V., Puchkov V. N., Sal'manova R. Y., *et al.* A new version of the heat flow map of the Urals with paleoclimatic corrections // *Doklady Earth Sciences*. — 2008. — Vol. 422, no. 1. — P. 1153–1156. — DOI: [10.1134/S1028334X08070350](https://doi.org/10.1134/S1028334X08070350).
- Golovanova I. V., Salmanova R. Y., Tagirova C. D. Method for deep temperature estimation with regard to the paleoclimate influence on heat flow // *Russian geology and geophysics*. — 2014. — Vol. 55, no. 9. — P. 1130–1137. — DOI: [10.1016/j.rgg.2014.08.008](https://doi.org/10.1016/j.rgg.2014.08.008).
- Gordienko V. V. Radiogenic heat generation in the Earth's crust and heat flow from the mantle of ancient platforms // *Geophysical journal*. — 1980. — Vol. 2, no. 3. — P. 29–34.
- Gordienko V. V., Pavlenkova N. I. Combined geothermal-geophysical models of the earth's crust and upper mantle for the European continent // *Journal of Geodynamics*. — 1985. — Vol. 4, no. 1–4. — P. 75–90. — DOI: [10.1016/0264-3707\(85\)90053-5](https://doi.org/10.1016/0264-3707(85)90053-5).
- Khachai Y. V., Druzhinin V. S. Possibilities of applying geothermal to restore the dynamics of the transitional zone of the Ural mantle // *Deep structure and development of the Urals*. — Yekaterinburg : Science, 1996. — P. 298–306.
- Khutorskoi M. D., Polyak B. G. Role of radiogenic heat generation in surface heat flow formation // *Geotectonics*. — 2016. — Vol. 50, no. 2. — P. 179–195. — DOI: [10.1134/S0016852116020047](https://doi.org/10.1134/S0016852116020047).
- Kukkonen I. T., Golovanova I. V., Khachay Y. V., *et al.* Low geothermal heat flow of the Urals fold belt - implication of low heat production, fluid circulation or palaeoclimate? // *Tectonophysics*. — 1997. — Vol. 276, no. 1–4. — P. 63–85. — DOI: [10.1016/S0040-1951\(97\)00048-6](https://doi.org/10.1016/S0040-1951(97)00048-6).
- Kutas R. I. Heat flow and geothermal models of the earth's crust of the Ukrainian Carpathians // *Geophysical journal*. — 2014. — Vol. 36, no. 6. — P. 3–27.
- Kutas R. I., Gordienko V. V. Heat field of Ukraine. — Kyiv : Naukova Dumka, 1971.
- Ladovskii I. V., Martyshko P. S., Tsidaev A. G., *et al.* A Method for Quantitative Interpretation of Stationary Thermal Fields for Layered Media // *Geosciences*. — 2020. — Vol. 10, no. 5. — P. 199. — DOI: [10.3390/geosciences10050199](https://doi.org/10.3390/geosciences10050199).
- Martyshko P., Ladovskii I., Byzov D. Parallel Algorithms for Solving Inverse Gravimetry Problems: Application for Earth's Crust Density Models Creation // *Mathematics*. — 2021. — Vol. 9, no. 22. — P. 2966. — DOI: [10.3390/math9222966](https://doi.org/10.3390/math9222966).
- Martyshko P. S., Ladovskii I. V., Byzov D. D., *et al.* On solutions of forward and inverse problem for potential geophysical fields: Gravity inversion for Urals region // *Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences: 11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19*. — AIP Publishing, 2019. — DOI: [10.1063/1.5130870](https://doi.org/10.1063/1.5130870).
- Rybach L., Buntebarth G. Relationships between the petrophysical properties density, seismic velocity, heat generation, and mineralogical constitution // *Earth and Planetary Science Letters*. — 1982. — Vol. 57, no. 2. — P. 367–376. — DOI: [10.1016/0012-821X\(82\)90157-1](https://doi.org/10.1016/0012-821X(82)90157-1).
- Salnikov V. E. Geothermal regime of the Southern Urals. — Moscow : Science, 1984. — P. 88.
- Shchapov V. A. The thermal field of the Urals // *Ural Geophysical Bulletin*. — 2000. — Vol. 1. — P. 126–130.
- Shchapov V. A., Burdin Y. B., Bolshchikov V. A., *et al.* Radiogenic heat generation of Ural eugeosyncline rocks // *Ural Geophysical Bulletin*. — 2004. — No. 6. — P. 116–121.
- Tectonic map of Russia, adjacent territories and water areas / ed. by E. E. Milanovsky. — Moscow : MSU, 2006.
- Tikhonov A. N., Samarsky A. A. Equations of Mathematical Physics. — Moscow : Science, 1999. — P. 979.
- Vladimirov V. S., Zharinov V. V. Equations of Mathematical Physics. — Moscow : Fizmatlit, 2000. — P. 400.