

## ОЦЕНКА СОВРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА КАРБОНАТНЫХ ГОРНЫХ ПОРОД НА НЕФТЯНОМ МЕСТОРОЖДЕНИИ

Э. Р. Зиганшин<sup>1,\*</sup> , Н. В. Дубиня<sup>2,3</sup> , Е. В. Новикова<sup>3,4</sup> , и И. А. Воронов<sup>2,3</sup> <sup>1</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия<sup>3</sup>Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия<sup>4</sup>Институт динамики геосфер имени академика М. А. Садовского РАН, Москва, Россия\* **Контакт:** Эдуард Ришадович Зиганшин, ERZiganshin@kpfu.ru.

В работе представлен алгоритм реконструкции параметров напряженного состояния массива горных пород по данным о естественной трещиноватости. Для одной скважины, разрабатывающей нефтегазовое месторождение, восстановлены направления действия главных пластовых напряжений, их относительные значения и прочность пород околоскважинного пространства. Результаты реконструкции согласуются с прочими методами оценки напряжений, в частности, с результатами испытания по мини-гидро разрыву пласта (мини-ГРП). Обратная задача оценки напряженного состояния решена с помощью метода Монте-Карло. Представлен алгоритм применения аппарата математической статистики – метод моментов для определения параметров распределения из семейства распределений Пирсона – для количественной оценки неоднозначности оценки направлений действия главных напряжений и их относительных значений. Представленный алгоритм может быть использован для независимой реконструкции напряжений для карбонатных пород при условии наличия информации о проводимости трещин в породах околоскважинного пространства для дополнительного повышения качества одномерного и трехмерного геомеханического моделирования.

**Ключевые слова:** оценка напряжений, критически напряженные трещины, карбонатный коллектор, геомеханика, гидроразрыв пласта.

**Цитирование:** Зиганшин, Э. Р., Н. В. Дубиня, Е. В. Новикова, и И. А. Воронов Оценка современного напряженно-деформированного состояния массива карбонатных горных пород на нефтяном месторождении // Russian Journal of Earth Sciences. — 2024. — Т. 24. — ES5006. — DOI: 10.2205/2024es000955 — EDN: DJZBGG

## Введение

Одной из ключевых составляющих геомеханических моделей является представление о современном напряженно-деформированном состоянии массивов горных пород [Zoback, 2007]. Знания о величине главных напряжений и об ориентации их осей с данными о механических свойствах пород позволяют решить ряд задач, таких как: прогноз рисков при бурении скважины, построение дизайна гидроразрыва пласта (ГРП), оценка залежей для утилизации CO<sub>2</sub>. В карбонатных породах этот вопрос является особо важным, потому что залежи карбонатных пород относятся к категории трудноизвлекаемых. Наличие естественной трещиноватости и сложное строение порового пространства часто приводят к таким негативным последствиям, как обводнение пласта после ГРП, потеря циркуляции бурового раствора в процессе бурения, утечка углекислого газа при закачке в пласт.

В данной работе рассматривается применимость различных способов оценки величин главных напряжений и ориентации их осей на месторождении, сложенном

<https://elibrary.ru/djzbgg>

Получено: 29 августа 2024 г.

Принято: 22 ноября 2024 г.

Опубликовано: 5 декабря 2024 г.



© 2024. Коллектив авторов.

карбонатными породами. Существует ряд геофизических методов, широко используемых для оценки величины горизонтальных напряжений. Среди них порупругая модель Итона, совмещенная с результатами мини-гидроразрыва пласта (мини-ГРП) [Higgins et al., 2008; Ostadhassan et al., 2012; Thiercelin and Plumb, 1994]. Для определения направления главных напряжений используются данные о региональном тренде напряжений, данные о вывалах на стенках скважин и метод восстановления осей главных напряжений по выявленным флюидопроводящим трещинам.

Существующие методы оценки параметров напряженного состояния массива горных пород, слагающих нефтегазовые месторождения, различаются между собой своими возможностями и пределами применимости [Дубиня, 2019; Ljunggren et al., 2003]. Анализ вывалообразования – частичного разрушения пород околоскважинной зоны, вызванного эффектом концентрации напряжений в окрестности стенок скважины – можно отнести к одним из самых популярных методов оценки параметров напряженного состояния [Zoback et al., 2003]. Этот метод может быть использован для оценки как направлений действия максимальных и минимальных горизонтальных напряжений, так и их значений, при условии известных прочностных свойств пород призабойной зоны пласта. Однако результаты реконструкции напряжений по этому методу крайне чувствительны по отношению к точности определения прочностных свойств пород. В частности, недоучет анизотропии прочностных свойств может привести к некорректному восстановлению не только значений горизонтальных напряжений, но и к ошибке в определении направлений их действия [Galybin and Mokhel, 1996]. Более того, применение данного подхода непосредственно к наличию информации об угловых размерах вывалов – зон разрушения пород околоскважинной зоны. Без такой информации оценка напряженного состояния на основании анализа вывалообразования не представляется возможной.

К наиболее достоверным оценкам отдельных параметров напряженного состояния пород, слагающих месторождения углеводородов, можно отнести точечные оценки на основании результатов интерпретации экспериментов по ГРП или мини-ГРП [Gaarenstroom et al., 1993]. Проведение такой операции позволяет определить мгновенное давление закрытия трещины, образующейся в породах околоскважинной зоны при кратковременной закачке флюида в пласт. Это давление принято считать близким к минимальному горизонтальному напряжению в пласте [Zoback, 2007]. Максимальное горизонтальное напряжение может быть оценено по результатам тестов мини-ГРП только в исключительных случаях, достаточно редко встречающихся на практике освоения и разработки месторождений углеводородов [Ljunggren et al., 2003; Zoback, 2007].

В условиях невозможности использования данных о вывалообразовании для реконструкции всех параметров напряженного состояния возникает необходимость развития альтернативных подходов к реконструкции этих параметров по геофизическим данным. Можно выделить несколько перспективных направлений: проведение специальных лабораторных исследований на керновом материале [Funato and Ito, 2017; Shkuratnik et al., 2020], анализ анизотропии упругих волн [Sinha and Wendt, 2014], исследование естественной трещиноватости [Ito et al., 2002]. Преимущества и области применимости этих подходов подробно рассмотрены в работе [Дубиня, 2019], где сделан основной вывод о том, что наиболее достоверные результаты оценки напряженного состояния массива геологической среды по лабораторным и скважинным данным могут быть получены только при объединении нескольких подходов, применимых для конкретных условий.

В данном исследовании продемонстрировано, что напряженное состояние карбонатных пород, слагающих одно нефтяное месторождение, расположенное на Восточно-Европейской равнине, может быть подробно изучено без привлечения данных о вывалообразовании и проведения специальных экспериментов. Основным источником исходных данных для решения задачи реконструкции напряжений служат скважинные исследования естественной трещиноватости. Сведения о проводимости естественных

трещин сдвига в породах околоскважинной зоны позволили с высокой точностью восстановить относительные значения и направления действия главных напряжений, действующих в породах. Кроме того, выполнена оценка отдельных прочностных свойств пород околоскважинной зоны, согласующаяся с результатами лабораторных исследований. Дополнение этой информации данными, полученными при проведении испытания мини-ГРП, позволило использовать пороупругую модель [Prats, 1981] для детального восстановления профилей напряжений. Информация о вывалообразовании и анизотропии упругих волн использована исключительно для оценки направления действия максимального горизонтального напряжения, в целом согласующейся с результатами реконструкции направлений действия напряжений по данным о естественной трещиноватости.

Таким образом, в работе представлен алгоритм, позволяющий детально реконструировать напряженное состояние пород околоскважинной зоны без использования данных о вывалообразовании. Этот результат позволяет существенно повысить точность построения геомеханических моделей для скважин, пробуренных безаварийно, то есть в условиях отсутствия вывалообразования. Далее описан объект и методы исследования, представлены результаты реконструкции параметров напряженного состояния пород, слагающих рассматриваемое месторождение и рассмотрены перспективы повышения точности геомеханической модели с привлечением дополнительной информации.

#### **Объект исследования**

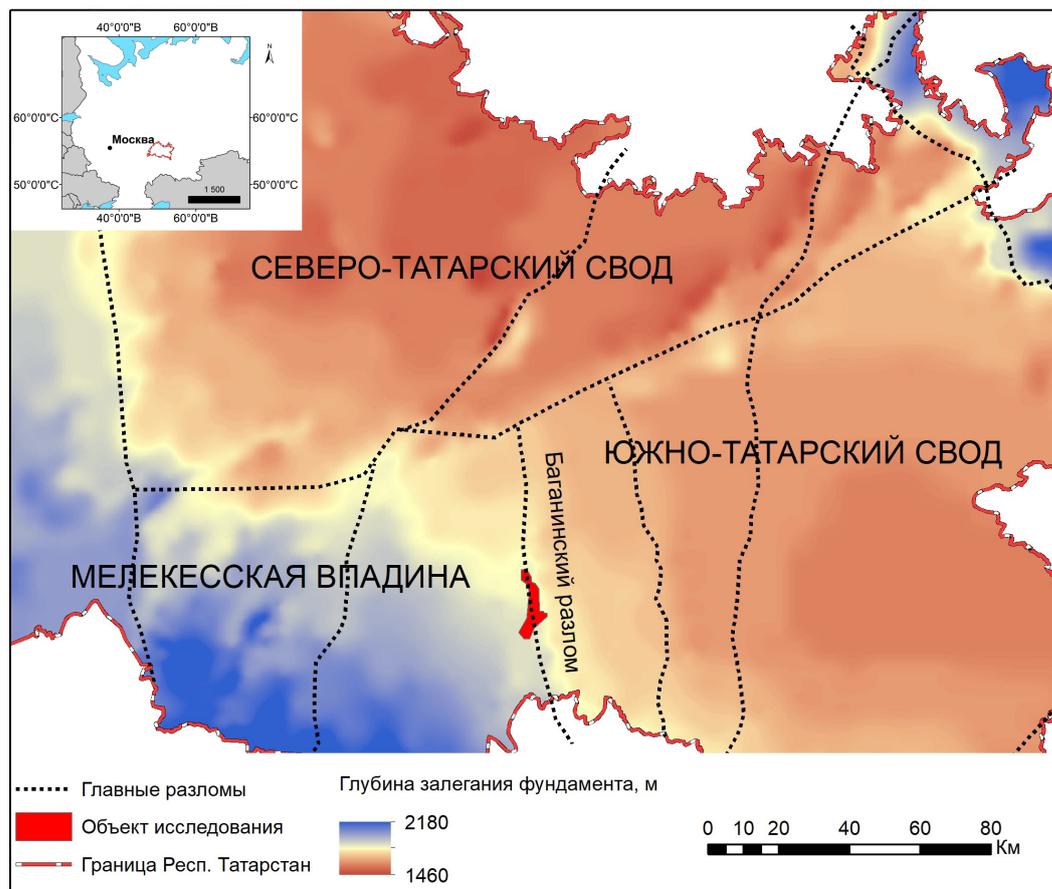
Объектом исследования является одно из карбонатных месторождений, расположенное на территории Республики Татарстан. В тектоническом отношении данный участок расположен между западным склоном Южно-Татарского свода и восточным бортом Мелекесской впадины. Разделяются эти структуры субмеридиональным Баганинским прогибом. Схема объекта исследования представлена на [рис. 1](#).

Разрез изучаемой скважины представлен комплексом осадочных пород каменноугольного, пермского и четвертичного возрастов. Нефтенасыщение установлено в известняках верейских и башкирско-серпуховских отложений среднего карбона. Породы башкирского яруса сложены плотными известняками. В данном интервале наблюдается наличие естественной трещиноватости. Породы верейского горизонта условно можно разделить на терригенные и карбонатные. Нижняя карбонатная часть представлена переслаиванием известняков и аргиллитов. Верхняя терригенная часть состоит из глинистых песчаников и алевролитов. Выше по разрезу можно выделить плотные глинистые известняки и доломиты с прослоями глин каширского, подольского и мячковского горизонтов московского яруса среднего карбона и галогенно-карбонатные образования ассельского и сакмарского ярусов нижней перми.

Керн был отобран в интервале глубин 892,5–980,5 м. Согласно литологическому описанию керна, изучаемый интервал представлен породами среднекаменноугольного возраста: башкирский ярус, верейский горизонт и каширский горизонт. Всего было отобрано 30 образцов керна: 11 образцов из каширского горизонта, 16 образцов из верейского горизонта и 3 образца из башкирского яруса.

Более подробное литолого-стратиграфическое описание керна представлено на рисунке 2.

Рассматриваемая скважина характеризуется большим объемом проведенных в ней геофизических исследований. На относительно небольшом, представляющем интерес с точки зрения нефтегазовых перспектив, интервале глубин (876–980 м) проведены различные геофизические исследования скважин (ГИС), включающие в себя стандартный комплекс исследований, кросс-дипольные акустические исследования и электромагнитное микросканирование. Более того, на интервале глубин 965–967 м в наличии результаты испытания мини-ГРП, что позволяет определить величину минимального главного напряжения на этой глубине.



**Рис. 1.** Схема расположения нефтяного месторождения, основные тектонические элементы региона.

Выполненный комплекс ГИС позволил достаточно подробно охарактеризовать рассматриваемый интервал глубин. Выделены три горизонта: каширский горизонт (880–920 м), верейский горизонт (920–965 м) и башкирский ярус (965–980 м). В верейском горизонте выделены два участка: терригенный участок на глубинах 921–938 м и карбонатный участок на глубинах 938–965 м.

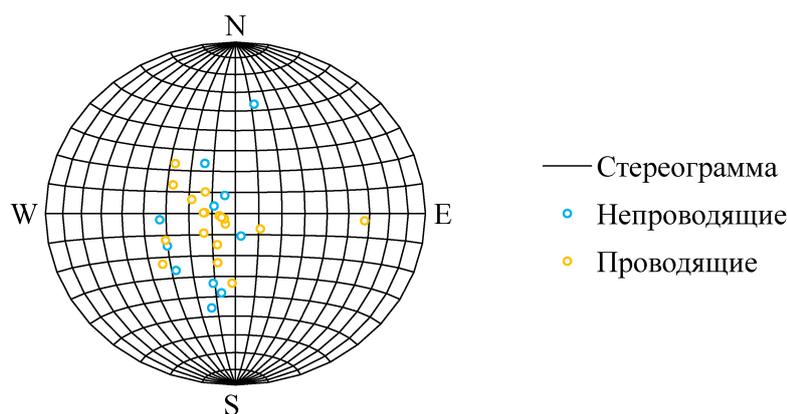
По результатам обработки данных электромагнитного микросканирования наблюдается практически полное отсутствие вывалов, потенциально повышающее риски построения недостоверной геомеханической модели. С другой стороны, в нижней части интервала (на глубинах 938–980 м) наблюдается развитая естественная трещиноватость, позволяющая в перспективе выполнить оценку параметров напряженного состояния на основании информации о проводимости естественных трещин.

Наблюдающиеся на азимутальных развертках электрического сопротивления (микроимджах) особенности, свидетельствующие о наличии вывалов, позволили сделать предварительный вывод о направлении максимального горизонтального напряжения. Согласно основным положениям анализа вывалообразования [Zoback et al., 2003], направление развития вывала совпадает с направлением действия минимального горизонтального напряжения. Немногочисленные интерпретированные вывалы позволили оценить направление минимального горизонтального напряжения как восток-северо-восток – запад-юго-запад, откуда можно говорить об азимуте максимального горизонтального напряжения ( $155 \pm 15$ )°. Лабораторные исследования керн подтвердили небольшую представительность интервалов вывалообразования на интервале бурения.

Кросс-дипольное акустическое исследование, выполненное на скважине, позволило оценить анизотропию динамических упругих свойств пород околоскважинной зоны и оценить направление действия максимального горизонтального напряжения, которое



Отсутствие специальных лабораторных экспериментов, анализирующих остаточные деформации [Funato and Ito, 2017] или эффект Кайзера [Shkuratnik et al., 2020], недостаточный объем данных об угловых размерах вывалов [Zoback et al., 2003] и относительно слабая анизотропия упругих волн [Sinha and Wendt, 2014] ведут к необходимости использования данных о трещиноватости для реконструкции напряженного состояния. При этом в изобилии представлена информация о проводимости естественных трещин в породах околоскважинного пространства, что позволяет в полной степени реализовать возможности аппарата реконструкции напряжений в ходе анализа естественной трещиноватости. На рис. 3 представлена ключевая информация для оценки напряжений по скважинным данным: показана стереограмма с отмеченными полюсами наблюдаемых трещин.



**Рис. 3.** Стереограмма с проводящими и непроводящими трещинами, выделенными в ходе анализа результатов электромагнитного сканирования стенок скважины, дополненного стандартным комплексом геофизических исследований скважин.

### Методы исследования

Оценка пластовых напряжений на основании анализа естественной трещиноватости – относительно новый, активно развивающийся метод реконструкции напряженного состояния. Этот подход предложен в работе [Ito et al., 2002] и активно развивался в последующие годы.

В основе описываемого подхода лежит концепция так называемых критически напряженных трещин. Под критически напряженной трещиной понимается естественная трещина сдвига, которая при текущем напряженном состоянии среды, может быть потенциально активна. Определение критически напряженной трещины дано в работе [Дубиня и Ежов, 2017] как:

$$\tau_n \geq \mu \sigma_n. \quad (1)$$

Здесь  $\mu$  – коэффициент трения среды,  $\sigma_n$  – нормальное напряжение, действующее на плоскости трещин,  $\tau_n$  – касательное напряжение, действующее на плоскости трещины. Напряжения, действующие на трещине, в целом определяются двумя наборами параметров: пространственной ориентацией самой трещины и текущим напряженным состоянием среды, содержащей трещину. В работе [Дубиня и Ежов, 2017] продемонстрировано, что условие (1) определяет условие проводимости трещин: если для некоторой наблюдаемой трещины это условие выполняется, то трещина с большой вероятностью будет являться проводящей, если нет, то закрытой. Авторы работы [Дубиня и Ежов, 2017] использовали это условие для того, чтобы классифицировать естественные трещины по признаку проводимости по результатам одномерного геомеханического моделирования.

В свою очередь, в работе [Ito et al., 2002] предложено использовать это условие для решения обратной задачи: поиска таких параметров напряженного состояния среды, при которых большинство критически напряженных трещин, удовлетворяющих этому

условию, являлись бы проводящими, а трещины, этому условию не удовлетворяющие, считались бы закрытыми. Для того, чтобы решить такую задачу, необходимо априори знать, какие трещины являются проводящими, а какие нет. В работе [Ito et al., 2002] эта задача решена на основании анализа температурного профиля; позднее было предложено использовать для этих целей данные акустического и электромагнитного микросканирования [Дубиня и Ежов, 2017].

В наиболее современных работах [Дубиня и Тихоцкий, 2022; Zhang et al., 2023] представлены алгоритмы к решению сформулированной обратной задачи оценки напряжений по данным о проводимости естественных трещин. Можно выделить две ключевые особенности этого подхода к реконструкции напряженного состояния. Во-первых, само по себе условие (1) подразумевает возможность восстановления не только напряженного состояния среды, но и ее коэффициента трения  $\mu$ , входящего в это неравенство. Во-вторых, решение обратной задачи не накладывает ограничений на вид тензора напряжений: в геомеханике месторождений часто полагается, что вертикальная ось тензора напряжений является главной осью [Zoback, 2007]. В то же время, этот постулат может нарушаться для переходных тектонических режимов и в регионах с развитой разломной тектоникой, однако неравенство (1) может быть с успехом использовано для прогноза пространственных ориентаций проводящих трещин и для этих случаев [Dubinya, 2022].

В рамках данной работы будет использован алгоритм реконструкции напряженного состояния, детально описанный в работе [Zhang et al., 2023]. Для каждой трещины с известной пространственной ориентацией, заданной двумя углами, например, азимутом  $\alpha$  и углом падения  $\delta$ , определяется единичный нормальный вектор  $\mathbf{n}$ . В данной работе будет использована система координат, первая ось которой направлена вертикально вниз, вторая ось – на север, а третья – на восток. Для такой системы координат вектор  $\mathbf{n}$  будет иметь компоненты:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \cos \delta \\ \sin \alpha \sin \delta \\ -\cos \alpha \sin \delta \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  – компоненты нормального вектора в представленной системе координат.

Неравенство (1) переписывается в координатном виде (с использованием правила суммирования Эйнштейна по повторяющимся индексам) как:

$$\sqrt{\sigma_{ij}n_j\sigma_{ik}n_k - (\sigma_{ij}n_in_j)^2} \geq \mu\sigma_{ij}n_in_j. \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) – компоненты тензора текущих эффективных напряжений в породе. В работах [Дубиня и Тихоцкий, 2022; Dubinya, 2022; Zhang et al., 2023] отмечается неудобство работы непосредственно с компонентами тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ . Демонстрируется успешность задания тензора текущих напряжений через углы Эйлера. Для этих целей вводится некоторое начальное напряженное состояние  $\sigma_{ij}^0$ , для которого в рассматриваемой системе координат ненулевыми являются только диагональные компоненты. Компоненты этого тензора напряжений имеют вид:

$$\sigma_{ij}^0 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  – соответственно, максимальное, промежуточное и минимальное главные напряжения текущего тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ . Иными словами, вводится тензор напряжений  $\sigma_{ij}^0$ , главные значения которого совпадают с главными значениями искомого тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ , при этом максимальное главное напряжение

тензора напряжений  $\sigma_{ij}^0$ ; действует вертикально, промежуточное действует в направлении север-юг, а минимальное – восток-запад. Далее происходит вращение тензора напряжений с использованием углов Эйлера: сначала тензор напряжений  $\sigma_{ij}^0$  вращается вокруг начального направления минимального горизонтального напряжения на угол  $\theta_1$  (положительное значение угла соответствует вращению по часовой стрелке); затем происходит вращение вокруг текущего направления максимального главного напряжения на угол  $\theta_2$ ; наконец, происходит вращение тензора напряжений вокруг текущего направления минимального главного напряжения на угол  $\theta_3$ . В работе [Dubinya, 2022] подробно описаны перечисленные вращения и продемонстрировано, что задание произвольного тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  эквивалентно заданию трех главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  и трех углов Эйлера  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\theta_3$ , причем компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  определяются как:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sigma_k n_{ki} n_{kj}. \quad (5)$$

Здесь  $\sigma_k$  – заданные главные напряжения, а матрица  $n_{ki}$  для выбранной системы поворотов определяется через углы Эйлера как:

$$n_{ki} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_3 - \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 & -\sin \theta_1 \cos \theta_3 - \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 & \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + \cos \theta_1 \sin \theta_3 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_1 \sin \theta_3 & -\sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_1 \sin \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Далее, сами по себе значения главных напряжений также являются неудобными для реконструкции параметрами. Из линейности неравенства (1) следует, что домножение тензора напряжений на константу не меняет это неравенство, то есть компоненты тензора напряжений могут быть реконструированы только с точностью до вещественного множителя. В связи с этим, в работах [Дубиня и Тихоцкий, 2022; Dubinya, 2022; Zhang et al., 2023] предлагается реконструировать не сами главные напряжения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ , а их безразмерные соотношения. Параметрами, определяющими напряженное состояние, являются отношение максимального главного напряжения к минимальному  $N_\sigma$ :

$$N_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \quad (7)$$

и коэффициент Лоде-Надаи  $\varphi_\sigma$ :

$$\varphi_\sigma = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}. \quad (8)$$

Заключительным параметром, определяющим выполнение неравенства (1) для трещины с известной пространственной ориентацией, является коэффициент трения  $\mu$ , меняющийся в горных породах в диапазоне от 0 до 1 [Zoback, 2007].

В работах [Dubinya, 2022; Zhang et al., 2023] детально рассматриваются вопросы диапазонов изменения параметров (7) и (8). Если для коэффициента Лоде-Надаи известно, что он также изменяется от 0 до 1, то легко определяется только нижняя граница отношения максимального главного напряжения к минимальному: по определению  $N_\sigma = \sigma_1/\sigma_3 \geq 1$ . С другой стороны, верхняя граница этого параметра может быть задана только условием неразрушения среды. При использовании линейного критерия разрушения Кулона-Мора с точностью до вещественного множителя определяется максимальное отношение максимального главного напряжения к минимальному:

$$\sigma_1 \leq \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi_{fr}}{1 - \sin \varphi_{fr}} + 2C \frac{\cos \varphi_{fr}}{1 - \sin \varphi_{fr}}. \quad (9)$$

Здесь  $\varphi_{fr}$  – угол трения ( $\mu = \text{tg } \varphi_{fr}$ ),  $C$  – когезия среды (предел прочности на сдвиг).

Можно устранить неопределенность, связанную с наличием вещественного множителя, если ввести в рассмотрение глубину трещины. На известной глубине  $h$  относительно легко рассчитывается эффективное вертикальное напряжение (компонента  $\sigma_{11}$  в используемой системе координат):

$$\sigma_{11} = \int_0^h \rho(x_1)g dx_1 - P_{\text{пор}}(h). \tag{10}$$

Здесь  $\rho(x_1)$  – профиль плотности,  $g$  – ускорение свободного падения,  $P_{\text{пор}}$  – поровое (гидростатическое) давление. Подстановка этого выражения в неравенство (10) с использованием правил (5) и (6) позволяет определить максимальное значение  $N_\sigma$ , зависящее от остальных параметров:

$$N_\sigma \in \left[ 1; \frac{\sigma_V(1 + \sin \varphi_{fr}) + 2[(1 - \varphi_\sigma)n_{21}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) + n_{31}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3)]C \cos \varphi_{fr}}{\sigma_V(1 - \sin \varphi_{fr}) - 2[n_{11}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) + \varphi_\sigma n_{21}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3)]C \cos \varphi_{fr}} \right]. \tag{11}$$

Остальные параметры изменяются в пределах: от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$  для трех углов Эйлера и от 0 до 1 для коэффициента трения и коэффициента Лоде-Надаи.

Для любой комбинации перечисленных шести параметров можно проверить выполнение критерия (3) для каждой трещины известной пространственной ориентации  $n$ , находящейся на глубине  $h$ . В работе [Дубиня и Тихоцкий, 2022] предлагается ввести  $N$ -мерный псевдовектор  $\mathbf{K}_j(\sigma)$  ( $j = 1, \dots, N$ ,  $N$  – количество трещин на рассматриваемом интервале глубин, символом  $\sigma$  обозначим набор из шести параметров  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \varphi_\sigma, N_\sigma$  и  $\mu$ ), компоненты которого определяются правилом:

$$\mathbf{K}_j(\sigma) = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau_n \geq \mu\sigma_n \text{ на } j\text{-й трещине,} \\ 0, & \text{если } \tau_n < \mu\sigma_n \text{ на } j\text{-й трещине.} \end{cases} \tag{12}$$

С другой стороны, вне зависимости от параметров напряженного состояния, на основании скважинных исследований можно ввести аналогичный  $N$ -мерный псевдовектор  $\mathbf{T}_j$ :

$$\mathbf{T}_j = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-я трещина проводящая,} \\ 0, & \text{если } j\text{-я трещина непроводящая.} \end{cases} \tag{13}$$

Решается обратная задача поиска такого набора параметров напряженного состояния  $\sigma$ , при котором соответствие между критически напряженными и проводящими трещинами является наилучшим. В качестве целевой функции  $R$  в работе [Дубиня и Тихоцкий, 2022] предложено использовать угол между псевдовекторами  $\mathbf{K}_j(\sigma)$  и  $\mathbf{T}_j$ , из компонент которых вычтены средние значения:

$$R(\sigma) = \frac{\sum_{j=1}^N (\mathbf{T}_j - (\sum_{j=1}^N \mathbf{T}_j)/N) \cdot (\mathbf{K}_j(\sigma) - (\sum_{j=1}^N \mathbf{K}_j(\sigma))/N)}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (\mathbf{T}_j - (\sum_{j=1}^N \mathbf{T}_j)/N)^2} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^N (\mathbf{K}_j(\sigma) - (\sum_{j=1}^N \mathbf{K}_j(\sigma))/N)^2}}. \tag{14}$$

В ходе решения обратной задачи с помощью метода Монте-Карло из пределов (11) и перечисленных далее диапазонов основных параметров напряженного состояния готовятся различные реализации. Для каждой реализации по выражению (14) рассчитывается мера соответствия  $R(\sigma)$ .

Строго говоря, идеальной оценкой напряженного состояния можно считать ту реализацию, при которой мера соответствия  $R(\sigma)$  достигнет единицы. Тем не менее, критерий (1) может нарушаться вследствие различных причин, не связанных с проводимостью, а в методе Монте-Карло может не встретиться идеальной реализации. В связи с этим выбирается некоторая величина  $R_{\text{crit}}$ , такая что все реализации с  $R(\sigma) \geq R_{\text{crit}}$

считаются успешными. Проблема корректного выбора  $R_{\text{crit}}$  связана с количеством трещин, числом реализаций и особенностями самих трещин и рассматривается в работах [Дубиня и Тихоцкий, 2022; Новикова и Дубиня, 2023]. Успешные реализации рассматриваются с использованием аппарата математической статистики. Проводится частотный анализ и с использованием метода моментов определяются вид функции плотности распределения и ее параметры. В данной работе рассмотрены функции плотности распределения, относящиеся к семейству распределений Пирсона, то есть удовлетворяющие дифференциальному уравнению [Elderton and Johnson, 1969]:

$$\frac{d \ln(f(\sigma))}{d\sigma} = \frac{\sigma + a}{b_0 + b_1\sigma + b_2\sigma^2}. \quad (15)$$

Здесь  $f(\sigma)$  – функция плотности вероятности,  $a$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  – величины, определяемые через первые четыре момента распределения успешных реализаций. Процедура поиска этих моментов и значений параметров подробно описана в работе [Elderton and Johnson, 1969]. В данной работе рассмотрение ограничено распределениями Пирсона I, IV и VI типов. Отметим, что уравнение (15) используется для оценки каждого параметра напряженного состояния  $\sigma$  независимо, хотя можно говорить о возможности отдельного проведения факторного анализа [Дубиня и Тихоцкий, 2022].

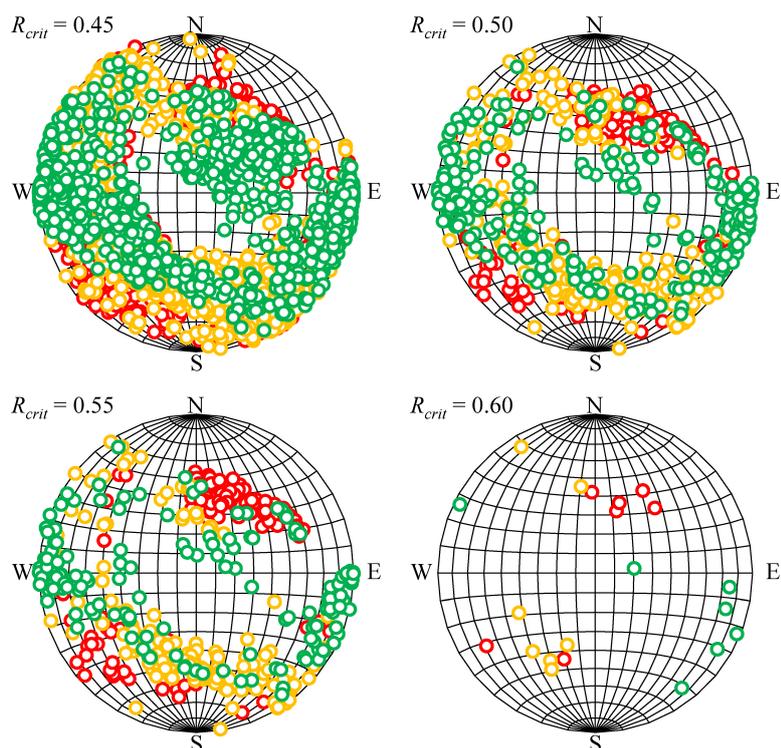
В качестве оценки параметра напряженного состояния можно использовать значение  $\sigma$ , при котором функция плотности вероятности достигает своего максимума, а квантили распределений могут дать доверительный интервал.

## Результаты

Данные, продемонстрированные на рис. 3, используются для поиска параметров напряженного состояния, допускающих наилучшее соответствие между критически напряженными и проводящими трещинами. По исходным геофизическим данным 11 трещин отнесены к классу проводящих, 18 – к классу закрытых трещин. Исходя из предварительных результатов статистического анализа [Дубиня и Тихоцкий, 2022; Новикова и Дубиня, 2023] можно ожидать, что достоверные результаты реконструкции могут быть получены при выборе  $R_{\text{crit}}$  на уровне 0,5–0,6. На рис. 4 продемонстрированы результаты оценки направлений действия главных напряжений для нескольких значений  $R_{\text{crit}}$  после проведения 250 000 расчетов.

Представлено 4 варианта анализа: на рисунки нанесены точки, соответствующие направлениям максимального главного напряжения (красные точки), промежуточного главного напряжения (оранжевые точки) и минимального главного напряжения (зеленые точки), полученным для всех реализаций, для которых  $R(\sigma)$  превышает величину  $R_{\text{crit}}$ , указанную на каждом рисунке. При значениях  $R_{\text{crit}}$  ниже 0,4 практически не наблюдаются особенности напряженного состояния.

Видно, что анализ естественной трещиноватости свидетельствует о преимущественном направлении минимального главного напряжения восток-юго-восток – запад-северо-запад. Это направление проявляется уже при  $R_{\text{crit}} = 0,40$ . При этом можно явно заметить, что гипотеза о субвертикальности одной из главных осей тензора напряжений слабо применима для рассматриваемой скважины. Большинство реализаций характеризуются тем, что максимальное и промежуточное главные напряжения действуют вдоль оси северо-восток-север – юго-запад-юг. При этом минимальное горизонтальное напряжение преимущественно действительно действует в горизонтальном направлении. Такая ситуация типична для условий, при которых напластование характеризуется ненулевым углом падения. При этом интерпретация границ пластов, выполненная по результатам анализа данных микросканирования, подтверждает, что в башкирском ярусе напластования характеризуются основным направлением падения юг-юго-запад. Минимальный угол падения составляет  $3,4^\circ$ , максимальный –  $27,9^\circ$ , средний –  $9,4^\circ$ , что свидетельствует о тектонической согласованности результатов реконструкции параметров напряженного состояния.



**Рис. 4.** Направления действия главных напряжений для успешных реализаций. Зеленым цветом показаны направления минимального главного напряжения, желтым – промежуточного главного напряжения, красным – максимального главного напряжения. На заключительном рисунке ( $R_{crit} = 0,60$ ) можно сделать вывод о предположительной ориентации главных напряжений: минимальное главное напряжение субгоризонтально и направлено по оси восток-юг-восток – запад-север-запад, а промежуточное и максимальное главные напряжения действуют в вертикальной плоскости, ортогональной этому направлению.

В табл. 1 перечислены результаты оценки параметров напряженного состояния по статистике, полученной после выбора успешных реализаций, удовлетворяющих условию  $R(\sigma) \geq R_{crit}$ , где  $R_{crit} = 0,557$ . В таблицу внесены три значения: мода (значение параметра, при котором функция плотности распределения достигает максимума), а также нижняя и верхняя границы оценочных значений параметров. Границы связаны с квантилями распределений: под нижней границей понимается такая величина параметра  $\sigma^-$ , что в 32% успешных реализаций параметр  $\sigma < \sigma^-$ . Аналогичным образом определяется верхняя граница  $\sigma^+$ : 68% реализаций характеризуются величинами  $\sigma < \sigma^+$ . Квантили выбраны таким образом, чтобы удовлетворять «правилу трех сигм» для нормальных распределений.

Показанное отклонение главных осей тензора напряжений от вертикального направления (угол между максимальным главным напряжением и вертикалью в среднем составляет 44–55 градусов) и вид успешных реализаций, показанных на рис. 4, свидетельствует о переходном тектоническом режиме. Горизонтальная ориентация минимального главного напряжения свидетельствует о переходном режиме между сбросовым и сдвиговым. Можно ожидать, что минимальное горизонтальное напряжение ниже вертикального, а максимальное горизонтальное напряжение близко к вертикальному.

**Таблица 1.** Результаты реконструкции параметров напряженного состояния

Параметр	Нижняя граница	Мода	Верхняя граница
$\theta_1$ , градусы	-44,6	-17,4	17,2
$\theta_2$ , градусы	-22,6	-6,6	19,2
$\theta_3$ , градусы	-27,5	4,23	33,4
$\varphi_\sigma$ , д.е.	0,11	0,19	0,30
$N_\sigma$ , д.е.	2,61	3,18	3,84
$\mu$ , д.е.	0,23	0,34	0,48
$\sigma_h$ , атм ( $h = 965$ м)	62,6	64,9	85,3
$\sigma_H$ , атм ( $h = 965$ м)	129,2	142,8	157,4
$\alpha$ , градусы	-1,3	11,0	20,5

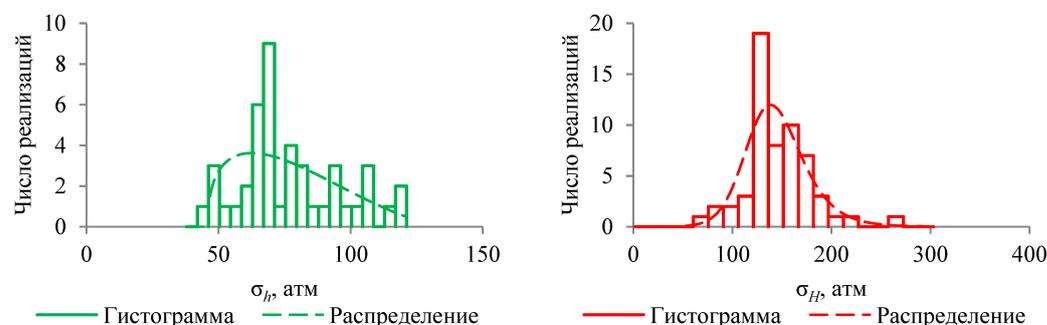
Для детального анализа состояния околоскважинного пространства можно отдельно рассмотреть минимальное  $\sigma_h$  и максимальное  $\sigma_H$  горизонтальные напряжения. В используемой системе координат эти напряжения определяются как:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} + \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2} \cos 2\alpha + \frac{\sigma_{23}}{2} \sin 2\alpha, \\ \sigma_h &= \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} - \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2} \cos 2\alpha - \frac{\sigma_{23}}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь вводится азимут максимального горизонтального напряжения  $\alpha$ , определяемый как:

$$\tan 2\alpha = \frac{2\sigma_{23}}{\sigma_{22} - \sigma_{33}}. \tag{17}$$

Поскольку все компоненты тензора напряжений определяются параметрами напряженного состояния, данные из табл. 1 могут быть использованы для оценки горизонтальных напряжений. Для глубины проведения гидроразрыва (965 м) можно оценить эффективное вертикальное напряжение как 150 атм. На рис. 5 представлены распределения минимального (слева) и максимального (справа) горизонтальных напряжений, полученные для успешных реализаций ( $R(\sigma) \geq 0,557$ ) для выбранного вертикального напряжения. По вертикальной оси отложено количество реализаций, попавших в соответствующий интервал гистограммы. Пунктирной линией показано рассчитанное распределение Пирсона (получено распределение Пирсона I типа для  $\sigma_h$  и IV типа для  $\sigma_H$ ).

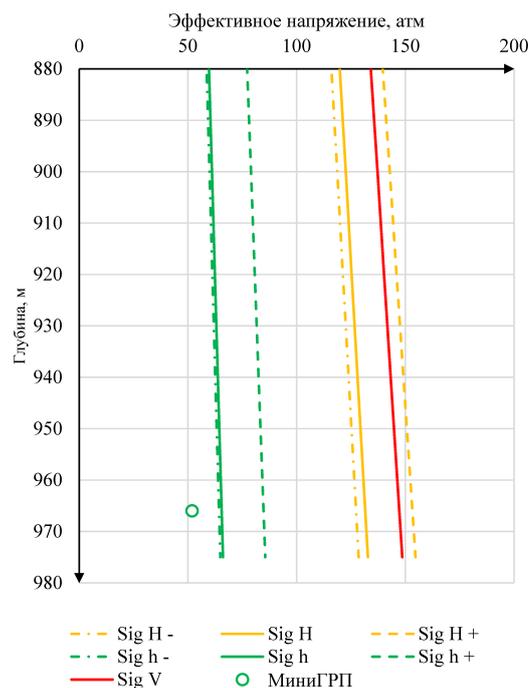


**Рис. 5.** Распределения горизонтальных напряжений.

Полученные в результате описанного анализа оценки горизонтальных напряжений и направлений их действия представлены в заключительных строках табл. 1. Нижние

и верхние границы горизонтальных напряжений определены таким же образом, как и для остальных параметров напряженного состояния (квантили 32% и 68%).

При построении одномерной геомеханической модели можно придерживаться различных путей. При начальных оценках можно следовать подходу, описанному в работе [Zoback, 2007]: сделать предположение о том, что отношения горизонтальных напряжений к вертикальному сохраняются на всем интервале рассматриваемых глубин. На рис. 6 показаны профили вертикального (красная линия), минимального (зеленая линия) и максимального (оранжевая линия) горизонтальных напряжений. Рисунок дополнен пунктирными линиями, соответствующими нижней и верхней границам горизонтальных напряжений.



**Рис. 6.** Профили горизонтальных напряжений по линейной модели напряжений. Обозначения: «Sig H –» – нижняя граница максимального горизонтального напряжения; «Sig H» – мода максимального горизонтального напряжения; «Sig H +» – верхняя граница максимального горизонтального напряжения; «Sig h –» – нижняя граница минимального горизонтального напряжения; «Sig h» – мода минимального горизонтального напряжения; «Sig h +» – верхняя граница минимального горизонтального напряжения; «Sig V» – вертикальное напряжение; «мини-ГРП» – прямое измерение минимального горизонтального напряжения на глубине проведения теста мини-ГРП.

Рисунок дополнен отметкой «мини-ГРП» – величиной минимального горизонтального напряжения, оцененной как давление мгновенного закрытия трещины гидроразрыва после окончания закачки. Следует отметить, что согласно рис. 4, минимальное главное напряжение действует преимущественно в горизонтальной плоскости, в связи с чем минимальное горизонтальное напряжение также практически равно минимальному главному напряжению, что позволяет достоверно учитывать данные, полученные при мини-ГРП. Для этого следует обратиться к пороупругой модели, согласно которой горизонтальные напряжения связаны с вертикальным через статические упругие модули:

$$\begin{aligned}\sigma_H(x_1) &= \sigma_V(x_1) \frac{v(x_1)}{1-v(x_1)} + \frac{E(x_1)}{1-v^2(x_1)} (\varepsilon_H + v(x_1)\varepsilon_h), \\ \sigma_h(x_1) &= \sigma_V(x_1) \frac{v(x_1)}{1-v(x_1)} + \frac{E(x_1)}{1-v^2(x_1)} (\varepsilon_h + v(x_1)\varepsilon_H).\end{aligned}\quad (18)$$

Здесь  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  – так называемые тектонические деформации, определяющие профили горизонтальных напряжений и принимаемые постоянными на рассматриваемом интервале глубин [Prats, 1981];  $v(x_1)$  и  $E(x_1)$  – профили статического коэффициента Пуассона и модуля Юнга соответственно.

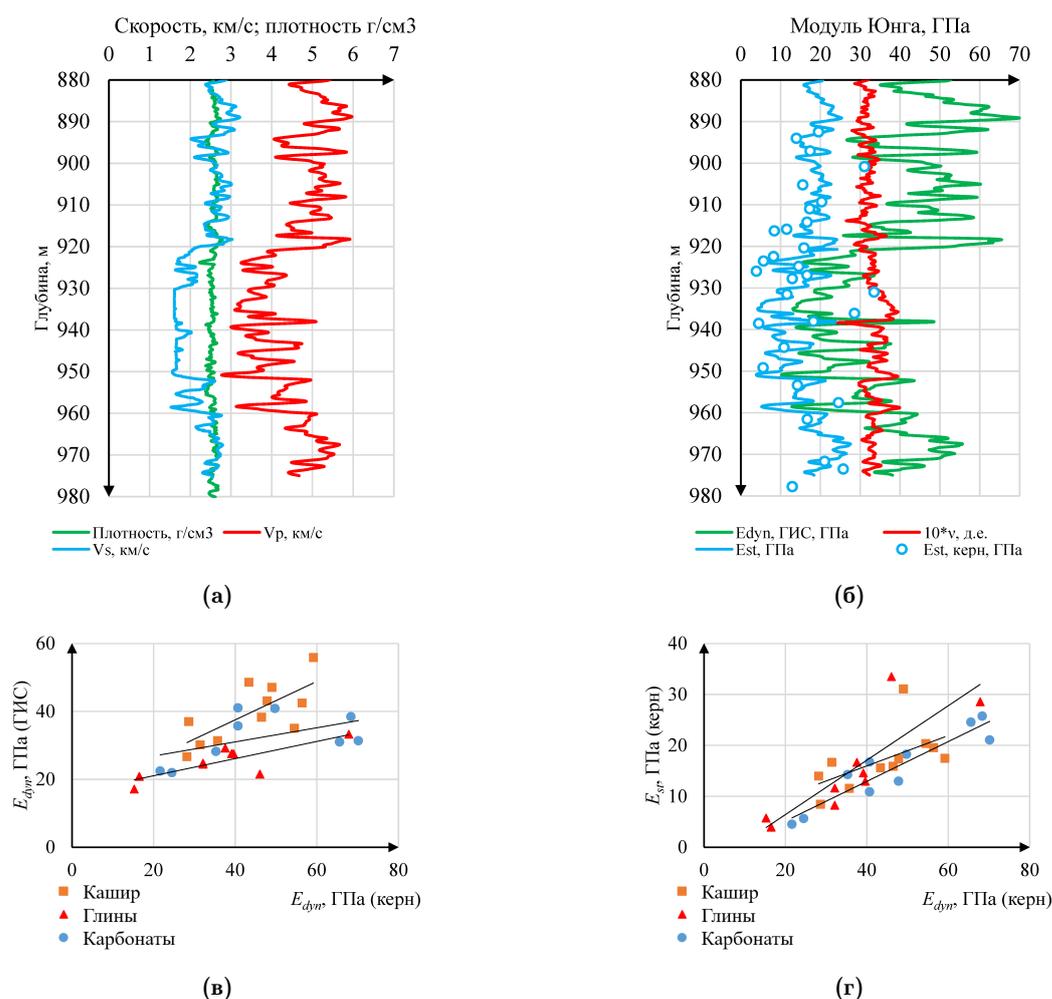
Уже выполненная реконструкция параметров напряженного состояния позволяет сформулировать два правила, по которым могут быть восстановлены значения горизонтальных деформаций:

1. Минимальное горизонтальное напряжение на глубине проведения мини-ГРП должно быть близко к мгновенному закрытию трещины гидроразрыва. Только это условие, как следует из выражения (18), позволяет определить горизонтальные деформации только как линейные комбинации параметров  $\varepsilon_h + v(x_{\text{мини-ГРП}})\varepsilon_H$  [Дубиня, 2019]. Из-за этого необходимо воспользоваться вторым результатом:
2. Средние значения горизонтальных напряжений должны быть близки к оценкам среднего из табл. 1 и рис. 5 и 6.

Отдельную проблему вызывает реконструкция профилей статического модуля Юнга и коэффициента Пуассона. При проведении акустических исследований на скважине определены скорости распространения продольных и поперечных упругих волн, при проведении стандартного комплекса ГИС – профиль плотности (рис. 7а). По известным выражениям [Zoback, 2007] эти данные пересчитываются в динамические упругие модули – модуль Юнга и коэффициент Пуассона (рис. 7б, пунктирные линии). В свою очередь, проведение лабораторных экспериментов позволило определить и статические, и динамические упругие модули на образцах керна (рис. 7б, точки). Для каждой из рассмотренных стратиграфических единиц построены зависимости «динамические упругие модули (ГИС) – динамические упругие модули (керна)» и «динамические упругие модули (керна) – статические упругие модули (керна)», показанные на рис. 7в и рис. 7г соответственно. На рис. 7в показаны полученные соотношения между динамическим модулем Юнга, рассчитанным по данным геофизических исследований скважин (скоростям продольных и поперечных упругих волн и плотности) на глубине отбора керна (вертикальная ось), и динамическим модулем Юнга, измеренным на керне. На рис. 7г продемонстрирована взаимная корреляция статических и динамических модулей Юнга, измеренных на отобранных образцах керна. Совместный анализ этих данных позволяет сделать предварительные выводы об изменениях статических упругих модулей при переходе от масштаба керна к масштабу геофизических исследований скважин – решить задачу ремасштабирования, необходимую для корректного построения одномерной геомеханической модели. Последовательное решение двух задач линейной регрессии позволило построить профили статических упругих модулей, показанные на рис. 7б сплошными линиями. Именно эти профили используются для восстановления профилей горизонтальных напряжений по выражениям (17) и оценки значений горизонтальных деформаций.

Необходимо отметить, что сравнительные результаты исследований, проведенных на образцах, принадлежащих карбонатной части Верейского горизонта и Башкирскому ярусу, достаточно хорошо соответствуют друг другу, в связи с чем эти образцы объединены в группу «карбонаты» (глубины 938–980 м). В отдельную группу «Глины» вынесены образцы, отобранные из интервалов, содержащих глинистый материал, согласно литолого-минералогическому описанию и данным ГИС.

Использование профилей статических упругих модулей позволило рассчитать профили горизонтальных напряжений по уравнениям (18). Далее решалась задача оптимизации: поиска такой пары горизонтальных деформаций  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$ , которой отношения горизонтальных напряжений к вертикальному напряжению, осредненные на выделенном карбонатном интервале, совпадали с результатами реконструкции (рис. 4, рис. 5 и рис. 6). Кроме того, минимальное горизонтальное напряжение на глубине проведения мини-ГРП (965–967 м) должно совпадать с мгновенным давлением закрытия трещины (51,9 атм). Решение поставленной задачи для имеющихся данных:  $\varepsilon_h = -0,000190$ ,  $\varepsilon_H = 0,000383$ . На рис. 8 представлены профили горизонтальных напряжений, ре-



**Рис. 7.** Модель механических свойств. а) скорости упругих волн и плотность; б) профили статических и динамических упругих модулей (для демонстрации на одной шкале коэффициент Пуассона домножен на 100); в) зависимость динамического модуля Юнга по ГИС от динамического модуля Юнга по керну; г) зависимость статического модуля Юнга по керну от динамического модуля Юнга по керну. Динамический коэффициент Пуассона принят равным статическому на всех масштабах.

конструированных по пороупругой модели (тонкие сплошные линии с сохранением обозначений рис. 5, обозначение  $\text{Sig } h'$  для минимального горизонтального напряжения,  $\text{Sig } H'$  для максимального горизонтального напряжения).

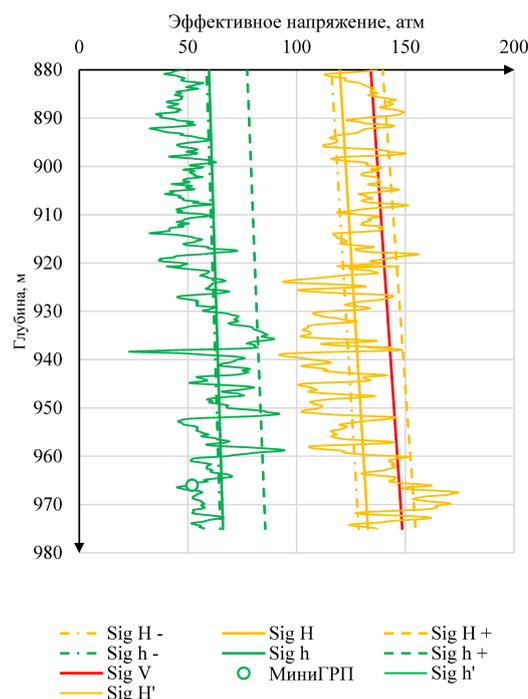
Остающиеся на рисунке диапазоны изменения горизонтальных напряжений, следует использовать как оценку неопределенности одномерной геомеханической модели. Так, степень неопределенности составляет в среднем 30 атм для максимального горизонтального напряжения. Если не учитывать данные мини-ГРП, то минимальное горизонтальное напряжение определено с погрешностью около 20 атм, причем вероятнее всего недооценка величины минимального горизонтального напряжения.

### Выводы

В работе продемонстрировано, каким образом информация о проводимости естественных трещин в породах околоскважинного пространства может быть использована для оценки напряженного состояния геологических сред, слагающих коллектор.

Основными особенностями представленного подхода можно считать:

1. Возможность одновременной независимой реконструкции всех компонент тензора природных эффективных напряжений и коэффициента трения пород;



**Рис. 8.** Профили горизонтальных напряжений по пороупругой модели. Обозначения: «Sig H –» – нижняя граница максимального горизонтального напряжения; «Sig H» – мода максимального горизонтального напряжения; «Sig H +» – верхняя граница максимального горизонтального напряжения; «Sig h –» – нижняя граница минимального горизонтального напряжения; «Sig h» – мода минимального горизонтального напряжения; «Sig h +» – верхняя граница минимального горизонтального напряжения; «Sig V» – вертикальное напряжение; «мини-ГРП» – прямое измерение минимального горизонтального напряжения на глубине проведения теста мини-ГРП; «Sig h'» – минимальное горизонтальное напряжение, определенное по пороупругой модели; «Sig H'» – максимальное горизонтальное напряжение, определенное по пороупругой модели.

2. Отсутствие априорных предположений о виде напряженно-деформированного состояния, в частности, предположения о вертикальности одного из главных напряжений;

3. Возможность статистического анализа результатов реконструкции напряженного состояния: определение среднего, медианного и модового значения каждого параметра, оценка дисперсии, асимметрии и эксцесса. Как видно из полученных результатов, оценочное значение параметров напряженного состояния не обязательно лежит в центре допустимого интервала значений, существует возможность изучить риск недо- и переоценки каждого параметра.

Результаты реконструкции напряженного состояния на основании данных о естественной трещиноватости в целом совпадают с оценками напряжений другими методами. Различие между полученным в данном исследовании азимутом максимального горизонтального напряжения (грубая оценка  $10 \pm 10^\circ$ ) в целом не противоречит более общим оценкам этого направления по ориентации вывалов (северо-запад-север – юго-восток-юг) и анизотропии скоростей упругих волн ( $-20 \pm 40^\circ$ ).

Более достоверно оценка отдельных компонент тензора напряжений может быть верифицирована путем сравнения с данными мини-ГРП. Наиболее ожидаемое значение минимального горизонтального напряжения на глубине проведения гидроразрыва составляет 62 атм (рис. 5, причем вес распределения смещен влево). Оценка той же величины по данным мини-ГРП составила 51,9 атм, что свидетельствует об относительно высокой степени согласия на качественном уровне.

При этом испытание мини-ГРП проведено в точке локального снижения упругих модулей, благодаря чему использование пороупругой модели позволяет с высокой точностью определить тектонические горизонтальные деформации и реконструировать профили напряжений с характерной погрешностью  $\pm 10$  атм, что, с учетом всех неопределенностей, возникающих при геомеханическом моделировании, можно считать весьма точным результатом.

Использованный в рамках данного исследования аппарат математической статистики представляется перспективным для повышения точности построения геомеханических моделей на основании исследований трещиноватости. Ряд вопросов: выбор критерия, ограничивающего рассматриваемые успешные реализации, факторный анализ и вид распределения, описывающего наблюдаемую статистику, остались за рамками данной работы, но будут детально рассмотрены в дальнейшем.

Можно говорить о том, что реконструкция параметров напряженного состояния на основании данных о проводимости естественных трещин представляется перспективным подходом, который может быть использован для существенного повышения качества геомеханического моделирования для карбонатных пород.

**Благодарности.** Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект № FZSM-2023-0014.

#### Список литературы

- Дубиня Н. В. Обзор скважинных методов изучения напряженного состояния верхних слоев Земной коры // *Физика Земли*. — 2019. — № 2. — С. 137–155. — DOI: [10.31857/S0002-333720192137-155](https://doi.org/10.31857/S0002-333720192137-155).
- Дубиня Н. В., Ежов К. А. Уточнение профилей горизонтальных напряжений в окрестности скважин по геометрическим характеристикам трещин в породах околоскважинного пространства // *Геофизические исследования*. — 2017. — Т. 18, № 2. — С. 5–26. — DOI: [10.21455/gr2017.2-1](https://doi.org/10.21455/gr2017.2-1).
- Дубиня Н. В., Тихоцкий С. А. О методе решения обратной задачи восстановления напряженно-деформированного состояния массива горных пород по данным о естественной трещиноватости // *Физика Земли*. — 2022. — № 4. — С. 112–134. — DOI: [10.31857/S0002333722040020](https://doi.org/10.31857/S0002333722040020).
- Новикова Е. В., Дубиня Н. В. Об устойчивости решения обратной задачи реконструкции напряженного состояния геологической среды на основании анализа естественной трещиноватости // *Процессы в геосредах*. — 2023. — Т. 38, № 4. — С. 2240–2251.
- Dubinya N. V. Spatial orientations of hydraulically conductive shear natural fractures for an arbitrary stress state: An analytical study of governing geomechanical factors // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. — 2022. — Vol. 212. — P. 110288. — DOI: [10.1016/j.petrol.2022.110288](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110288).
- Elderton W. P., Johnson N. L. *Systems of Frequency Curves*. — Cambridge University Press, 1969. — DOI: [10.1017/CBO9780511569654](https://doi.org/10.1017/CBO9780511569654).
- Funato A., Ito T. A new method of diametrical core deformation analysis for in-situ stress measurements // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. — 2017. — Vol. 91. — P. 112–118. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2016.11.002](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.11.002).
- Gaarenstroom L., Tromp R. A. J., Brandenburg A. M. Overpressures in the Central North Sea: implications for trap integrity and drilling safety // *Geological Society, London, Petroleum Geology Conference Series*. — 1993. — Vol. 4, no. 1. — P. 1305–1313. — DOI: [10.1144/0041305](https://doi.org/10.1144/0041305).
- Galybin A. N., Mokhel A. N. Borehole breakout in rocks with strength anisotropy // *1st Australian Congress on Applied Mechanics: ACAM-96*. — Australia : Institution of Engineers, 1996. — P. 943–948.
- Higgins S., Goodwin S., Donald A., *et al.* Anisotropic Stress Models Improve Completion Design in the Baxter Shale // *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. — SPE, 2008. — DOI: [10.2118/115736-ms](https://doi.org/10.2118/115736-ms).
- Ito T., Fujii R., Evans K. F., *et al.* Estimation of Stress Profile with Depth from Analysis of Temperature and Fracture Orientation Logs in a 3.6 km Deep Well at Soultz, France // *All Days*. — SPE, 2002. — DOI: [10.2118/78185-MS](https://doi.org/10.2118/78185-MS).
- Ljunggren C., Chang Y., Janson T., *et al.* An overview of rock stress measurement methods // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. — 2003. — Vol. 40, no. 7/8. — P. 975–989. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2003.07.003](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2003.07.003).
- Ostadhassan M., Zeng Z., Zamiran S. Geomechanical modeling of an anisotropic formation - Bakken case study // *46th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium*. — American Rock Mechanics Association, 2012. — P. 2631–2645.

- Prats M. Effect of Burial History on the Subsurface Horizontal Stresses of Formations Having Different Material Properties // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1981. — Vol. 21, no. 06. — P. 658–662. — DOI: [10.2118/9017-pa](https://doi.org/10.2118/9017-pa).
- Shkuratnik V. L., Kravchenko O. S., Filimonov Y. L. Stress Memory in Acoustic Emission of Rock Salt Samples in Cyclic Loading under Variable Temperature Effects // Journal of Mining Science. — 2020. — Vol. 56, no. 2. — P. 209–215. — DOI: [10.1134/s1062739120026662](https://doi.org/10.1134/s1062739120026662).
- Sinha B. K., Wendt A. S. Estimation of horizontal stress magnitudes using sonic data from vertical and deviated wellbores in a depleted reservoir // Geological Society, London, Special Publications. — 2014. — Vol. 409, no. 1. — P. 67–91. — DOI: [10.1144/SP409.9](https://doi.org/10.1144/SP409.9).
- Thiercelin M. J., Plumb R. A. Core-Based Prediction of Lithologic Stress Contrasts in East Texas Formations // SPE Formation Evaluation. — 1994. — Vol. 9, no. 04. — P. 251–258. — DOI: [10.2118/21847-pa](https://doi.org/10.2118/21847-pa).
- Zhang S., Ma X., Zoback M. Determination of the crustal friction and state of stress in deep boreholes using hydrologic indicators // Rock Mechanics Bulletin. — 2023. — Vol. 2, no. 1. — P. 100024. — DOI: [10.1016/j.rockmb.2022.100024](https://doi.org/10.1016/j.rockmb.2022.100024).
- Zoback M. D. Reservoir Geomechanics. — Cambridge University Press, 2007.
- Zoback M. D., Barton C. A., Brudy M., *et al.* Determination of stress orientation and magnitude in deep wells // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. — 2003. — Vol. 40, no. 7/8. — P. 1049–1076. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2003.07.001](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2003.07.001).

ASSESSMENT OF THE IN-SITU STRESS STATE OF THE CARBONATE  
ROCK MASS AT AN OIL FIELDE. R. Ziganshin<sup>1,\*</sup> , N. V. Dubinya<sup>2,3</sup> , E. V. Novikova<sup>3,4</sup> , and I. A. Voronov<sup>2,3</sup> <sup>1</sup>Kazan Federal University, Kazan, Russia<sup>2</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia<sup>3</sup>Schmidt Institute of Physics of the Earth of RAS, Moscow, Russia<sup>4</sup>Sadovsky Institute of Geosphere Dynamics of RAS, Moscow, Russia**\*\*Correspondence to:** Eduard Ziganshin, ERZiganshin@kpfu.ru.

The paper presents an algorithm for reconstruction of stress state parameters of rock massif based on data on natural fractures. For one well developing an oil field, the directions of the principal in-situ stresses, their relative magnitudes, and the strength of the rocks in the near-wellbore space were reconstructed. Stress inversion results are in agreement with other methods of stress estimation, in particular, with the results of the mini-hydraulic fracture test. The inverse problem of stress state estimation is solved using the Monte Carlo method. An algorithm of applying the apparatus of mathematical statistics – the method of moments for determining distribution parameters from the Pearson distribution family – to quantify the ambiguity of the estimation of the directions of the principal stresses and their relative magnitudes is presented. The proposed algorithm can be used for independent reconstruction of stresses for carbonate rocks, provided that there is information about the conductivity of fractures in the rocks of the near-wellbore space to further improve the quality of one-dimensional and three-dimensional geomechanical modelling.

Received: 29 August 2024  
Accepted: 22 November 2024  
Published: 5 December 2024

**Keywords:** stress estimation, critically stressed fractures, carbonate collector, reservoir geomechanics, hydraulic fracture.



© 2024. The Authors.

**Citation:** Ziganshin, E. R., N. V. Dubinya, E. V. Novikova, and I. A. Voronov (2024), Assessment of the In-situ Stress State of the Carbonate Rock Mass at an Oil Field, *Russian Journal of Earth Sciences*, 24, ES5006, <https://doi.org/10.2205/2024ES000955>, EDN: DJZBGG

## References

- Dubinya N. V. An Overview of Wellbore Methods of Investigating Stress State of the Upper Layers of the Earth's Crust // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. — 2019. — Vol. 55, no. 2. — P. 311–326. — DOI: [10.1134/S1069351319020034](https://doi.org/10.1134/S1069351319020034).
- Dubinya N. V. Spatial orientations of hydraulically conductive shear natural fractures for an arbitrary stress state: An analytical study of governing geomechanical factors // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. — 2022. — Vol. 212. — P. 110288. — DOI: [10.1016/j.petrol.2022.110288](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110288).
- Dubinya N. V., Tikhotskiy S. A. Method for the Inverse Problem Solution for Reconstruction of Stress Strain State of Rock Mass Based on Natural Fractures Data // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. — 2022. — Vol. 58, no. 4. — P. 544–561. — DOI: [10.1134/s1069351322040024](https://doi.org/10.1134/s1069351322040024).
- Dubinya N. V., Yezhov K. A. In-situ horizontal stress estimation based on the geometrical properties of fractures in well vicinity // *Geophysical Research*. — 2017. — Vol. 18, no. 2. — P. 5–26. — DOI: [10.21455/gr2017.2-1](https://doi.org/10.21455/gr2017.2-1).
- Elderton W. P., Johnson N. L. *Systems of Frequency Curves*. — Cambridge University Press, 1969. — DOI: [10.1017/CBO9780511569654](https://doi.org/10.1017/CBO9780511569654).
- Funato A., Ito T. A new method of diametrical core deformation analysis for in-situ stress measurements // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. — 2017. — Vol. 91. — P. 112–118. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2016.11.002](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.11.002).

- Gaarenstroom L., Tromp R. A. J., Brandenburg A. M. Overpressures in the Central North Sea: implications for trap integrity and drilling safety // Geological Society, London, Petroleum Geology Conference Series. — 1993. — Vol. 4, no. 1. — P. 1305–1313. — DOI: [10.1144/0041305](https://doi.org/10.1144/0041305).
- Galybin A. N., Mokhel A. N. Borehole breakout in rocks with strength anisotropy // 1st Australian Congress on Applied Mechanics: ACAM-96. — Australia : Institution of Engineers, 1996. — P. 943–948.
- Higgins S., Goodwin S., Donald A., *et al.* Anisotropic Stress Models Improve Completion Design in the Baxter Shale // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — SPE, 2008. — DOI: [10.2118/115736-ms](https://doi.org/10.2118/115736-ms).
- Ito T., Fujii R., Evans K. F., *et al.* Estimation of Stress Profile with Depth from Analysis of Temperature and Fracture Orientation Logs in a 3.6 km Deep Well at Soultz, France // All Days. — SPE, 2002. — DOI: [10.2118/78185-MS](https://doi.org/10.2118/78185-MS).
- Ljunggren C., Chang Y., Janson T., *et al.* An overview of rock stress measurement methods // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. — 2003. — Vol. 40, no. 7/8. — P. 975–989. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2003.07.003](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2003.07.003).
- Novikova E. V., Dubinya N. V. On Stability of Inverse Problem Solution for Rock Mass Stress State Reconstruction Based on Natural Fractures Analysis // Process in geomecha. — 2023. — Vol. 38, no. 4. — P. 2240–2251.
- Ostadhassan M., Zeng Z., Zamiran S. Geomechanical modeling of an anisotropic formation - Bakken case study // 46th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium. — American Rock Mechanics Association, 2012. — P. 2631–2645.
- Prats M. Effect of Burial History on the Subsurface Horizontal Stresses of Formations Having Different Material Properties // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1981. — Vol. 21, no. 06. — P. 658–662. — DOI: [10.2118/9017-pa](https://doi.org/10.2118/9017-pa).
- Shkuratnik V. L., Kravchenko O. S., Filimonov Y. L. Stress Memory in Acoustic Emission of Rock Salt Samples in Cyclic Loading under Variable Temperature Effects // Journal of Mining Science. — 2020. — Vol. 56, no. 2. — P. 209–215. — DOI: [10.1134/s1062739120026662](https://doi.org/10.1134/s1062739120026662).
- Sinha B. K., Wendt A. S. Estimation of horizontal stress magnitudes using sonic data from vertical and deviated wellbores in a depleted reservoir // Geological Society, London, Special Publications. — 2014. — Vol. 409, no. 1. — P. 67–91. — DOI: [10.1144/SP409.9](https://doi.org/10.1144/SP409.9).
- Thiercelin M. J., Plumb R. A. Core-Based Prediction of Lithologic Stress Contrasts in East Texas Formations // SPE Formation Evaluation. — 1994. — Vol. 9, no. 04. — P. 251–258. — DOI: [10.2118/21847-pa](https://doi.org/10.2118/21847-pa).
- Zhang S., Ma X., Zoback M. Determination of the crustal friction and state of stress in deep boreholes using hydrologic indicators // Rock Mechanics Bulletin. — 2023. — Vol. 2, no. 1. — P. 100024. — DOI: [10.1016/j.rockmb.2022.100024](https://doi.org/10.1016/j.rockmb.2022.100024).
- Zoback M. D. Reservoir Geomechanics. — Cambridge University Press, 2007.
- Zoback M. D., Barton C. A., Brudy M., *et al.* Determination of stress orientation and magnitude in deep wells // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. — 2003. — Vol. 40, no. 7/8. — P. 1049–1076. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2003.07.001](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2003.07.001).